

MANUEL D'UTILISATION D'ELECTRE IS

TOME 1

A. Aït Younes, R. Azibi et B. Roy

Lamsade, Université Paris-Dauphine

E-mail : {amine , azibi , roy}@lamsade.dauphine.fr

Nous tenons particulièrement à remercier *Dominique Vallée* pour le travail long et minutieux qu'elle a accompli lors de l'étape de validation de ce logiciel.

Table des matières

| | | |
|-------|---|----|
| 1 | | |
| | La méthode | 1 |
| 1.1 | Présentation générale de la méthode | 1 |
| 1.2 | Construction du surclassement | 2 |
| 1.3 | Exploitation du surclassement et obtention des résultats finaux | 5 |
| 2 | | |
| | Exemple de référence | 7 |
| 2.1 | Le jeu de données | 7 |
| 2.1.1 | Les alternatives | 7 |
| 2.1.2 | Les critères | 8 |
| 2.2 | Les résultats | 11 |
| 3 | | |
| | Menus et commandes du logiciel | 22 |
| 3.1 | Organisation générale du logiciel | 22 |
| 3.2 | Les commandes du menu Project | 23 |
| 3.2.1 | New | 23 |
| 3.2.2 | Open | 23 |
| 3.2.3 | Save et Save as | 24 |
| 3.2.4 | Save Results | 24 |
| 3.2.5 | Import from ELECTRE III/IV et Export to ELECTRE III/IV . . | 24 |
| 3.2.6 | Print et Printer Setup | 24 |
| 3.2.7 | Exit | 25 |
| 3.3 | Les commandes du menu Edit | 25 |
| 3.3.1 | Alternatives | 25 |
| 3.3.2 | Criteria | 25 |
| 3.3.3 | Level of concordance | 25 |
| 3.3.4 | Matrix of alternatives | 26 |
| 3.3.5 | Advanced | 26 |
| 3.4 | Les commandes du menu Results | 26 |

| | | |
|--------|--|----|
| 3.4.1 | Computations | 26 |
| 3.4.2 | Kernel | 26 |
| 3.4.3 | Final Graph | 27 |
| 3.4.4 | Modified Graph of Outranking | 27 |
| 3.4.5 | Graph of Initial Outranking | 27 |
| 3.4.6 | Compare pairs of alternatives | 28 |
| 3.4.7 | Matrix of Concordance | 28 |
| 3.4.8 | Matrix of Discordance | 28 |
| 3.4.9 | Matrix of Robustness | 28 |
| 3.4.10 | Matrix of Outranking | 28 |
| 4 | | |
| | Exemple d'une session ELECTRE IS29 | |
| 4.1 | Edition du projet | 30 |
| 4.2 | Résultats | 42 |
| A | | |
| | Les seuils14 | |
| A.1 | Seuils d'indifférence et de préférence | 14 |
| A.2 | Seuil de veto | 16 |
| A.3 | Les différents modes de définition des seuils | 16 |
| B | | |
| | Construction de la relation de surclassement initiale56 | |
| B.1 | Introduction | 56 |
| B.2 | La concordance | 56 |
| B.3 | La discordance | 60 |
| B.4 | Test de surclassement | 60 |
| C | | |
| | Algorithme de construction de la relation de surclassement modifiée et extraction du noyau62 | |
| C.1 | Introduction | 62 |
| C.2 | Algorithme de modification du graphe de surclassement comprenant des circuits | 63 |
| D | | |
| | L'indicateur de robustesse66 | |

Abstract

The ELECTRE IS software presented in this manual is a decision-aiding tool designed for choosing a subset of potential alternatives from among a considered set of potential alternatives evaluated by a family of criteria. The resulting subset is as small as possible and such that its alternatives are hardly comparable. Each alternative from outside this subset may be seen as significantly less preferable than at least one of alternatives from the subset, taking into account the considered family of criteria.

This new version of the ELECTRE IS method presents significant improvements in comparison with the method ELECTRE I from which it takes the problem formulation and the basic concepts (concordance, discordance, kernel of the outranking graph). The ELECTRE IS method builds an outranking graph defined on the set of potential alternatives evaluated using a family of criteria that can be pseudo-criteria (involving indifference and preference thresholds). The alternatives belonging to a cycle of the graph are not necessarily considered as indifferent. It is by testing the robustness of outranking and non-outranking among these alternatives that they are clustered into real indifference classes. This permits to pass from the initial graph to an acyclic graph defined on real indifference classes. In the earlier version (see Roy and Skalka (1987)), the transition from the initial graph to a final acyclic graph was relatively simplistic unless the user dealt with it him(her)self. In this new software, this transition is carried out automatically basing on rules that control the combinatorial explosion of possibilities that are to be checked by the robustness analysis of the outranking being doubtful for the existence of cycles.

This manual is structured as follows. The first chapter presents the major steps of the method. The second chapter is devoted to an illustrative reference example. The manual for the users of the software constitutes the second volume where the menus and commands are explained (chapter 3) and a session of the software use on the reference example is presented (chapter 4). Four appendices and a bibliography complete these four chapters.

Résumé

Le logiciel présenté dans ce manuel est un outil d'aide à la décision conçu pour aider à sélectionner un sous-ensemble d'actions potentielles aussi restreint que possible et deux à deux très difficilement comparable parmi un ensemble d'actions potentielles étudiées et évaluées selon une famille de critères. Chacune des actions non sélectionnées est telle que l'une au moins de celles qui le sont apparaisse comme significativement préférable au regard des critères considérés.

Cette nouvelle version de la méthode ELECTRE IS apporte d'importantes améliorations à la méthode ELECTRE I dont elle reprend la problématique et les caractéristiques de base (concordance, discordance, noyau d'un graphe). La méthode ELECTRE IS a pour point de départ un graphe de surclassement défini sur l'ensemble des actions potentielles à partir d'une famille de critères qui peuvent être des pseudo-critères (prise en compte de seuils d'indifférence et de préférence). Les actions qui entrent dans un éventuel circuit de ce graphe n'apparaissent pas nécessairement comme de véritables ex æquo. C'est en testant la robustesse des surclassements et des non surclassements relatifs à ces actions que des classes de vrais ex æquo sont mis en évidence et permettent de passer du graphe initial à un graphe sans circuit sur ces classes de vrais ex æquo. Dans une toute première version (cf. Roy and Skalka (1987)), ce passage du graphe initial à un graphe final sans circuit était relativement simpliste à moins que l'utilisateur ne le prenne lui-même en charge. Dans ce nouveau logiciel, ce passage s'effectue automatiquement à partir de règles qui permettent de maîtriser le foisonnement combinatoire que requiert l'analyse de la robustesse des surclassements mis en question par la présence de circuits.

Les grandes lignes de la méthode sont exposées dans le premier chapitre. Le second est consacré à un exemple de référence qui sert à illustrer la méthode. Le logiciel est présenté dans un second volume tout d'abord en décrivant les menus et commandes (chapitre 3) puis en revenant à l'exemple de référence pour présenter une session d'utilisation du logiciel (chapitre 4). Une série d'annexes et une bibliographie viennent compléter ces quatre chapitres.

Avertissement

La méthode ELECTRE IS, mise au point par B. Roy (Lamsade, Université Paris-Dauphine) et R. Słowiński (Institut d'Informatique, Université de technologie de Poznan) apporte d'importantes améliorations à la méthode ELECTRE I dont elle reprend la problématique et les caractéristiques de base (concordance, discordance, noyau d'un graphe).

Ce document est le manuel de référence d'un logiciel réalisé par l'équipe de l'*Institut d'Informatique de l'Université de Technologie de Poznan* travaillant sous la direction du professeur Roman Słowiński.

Ce logiciel met en œuvre la méthode ELECTRE IS sur la base de la présentation qui en est faite dans l'ouvrage de Roy and Bouyssou (1993). Le lecteur trouvera dans ce manuel les rappels nécessaires sur les concepts intervenant dans les méthodes de type ELECTRE pour pouvoir utiliser ce logiciel, toutefois s'il n'est pas du tout familier avec ces méthodes il pourra trouver une aide utile dans les ouvrages de Schärli (1985, 1996) et Vincke (1989).

Ce manuel de référence est divisé en deux tomes, le second étant remis avec le logiciel, lequel peut être acquis auprès du LAMSADE pour les pays de l'Ouest et de l'Institut d'Informatique de Poznan pour les pays de l'Est.

Pour tout renseignement, s'adresser à :

- Bernard Roy

LAMSADE, Université Paris-Dauphine

Place du Maréchal De Lattre de Tassigny

75775 Paris Cedex 16 - France

Tel : (33 1) 44 05 44 34 Fax : (33 1) 44 05 40 91

E-mail : roy@lamsade.dauphine.fr

- Roman Słowiński

Laboratory of Intelligent Decision Support Systems

Institute of Computing Science, Poznan University of Technology

60-965 Poznan, Poland

Tel : (48 61) 8790790 ou (48 61) 6652375 Fax : (48 61) 8771525

E-mail: slowinsk@sol.put.poznan.pl

Chapitre 1

La méthode

1.1 Présentation générale de la méthode

Les méthodes ELECTRE sont destinées à accompagner un processus de décision. Elles visent à favoriser la concertation entre les différentes parties prenantes du processus afin d'explicitier leurs préférences et d'asseoir leurs convictions sans prétendre trouver une solution soi-disant optimale qui serait scientifiquement indiscutable. Ces méthodes représentent des outils d'aide multicritère à la décision pertinents lorsque soit on introduit des appréciations qualitatives, soit on observe une forte hétérogénéité de la nature des appréciations ou bien encore la logique de compensation entre les différents critères est difficilement modélisable ou indéterminée, enfin lorsque l'on désire avoir recours au concept de « seuils » (cf. Annexe A).

Les méthodes ELECTRE constituent des procédures d'agrégation multicritère basées sur des relations de surclassement. ELECTRE IS se propose de répondre à la problématique du choix : celle-ci consiste à sélectionner un sous-ensemble A' d'un ensemble fini A d'actions évaluées sur une famille cohérente de critères, ce sous-ensemble aussi restreint que possible devant contenir les « meilleures » actions en vue du choix final d'une seule action. Dans la problématique du choix, les actions sont modélisées de façon à être deux à deux exclusives (conception globalisée, cf. Roy (1985)) ; dans ces conditions, on désignera une action par le terme *alternative*.

Pour sélectionner le sous-ensemble A' , ELECTRE IS procède en deux phases (voir figure 1.1) :

- Elaboration d'une relation de surclassement pour chaque couple d'alternatives de l'ensemble A . On dit que l'alternative a surclasse l'alternative b (aSb) si a est au moins aussi bonne que b .

- Sélection du sous-ensemble A' à partir de la matrice de surclassement.

1.2 Construction du surclassement

L'étape préalable à toute analyse multicritère consiste à construire une famille cohérente de critères Bouyssou (1990); Roy and Bouyssou (1993) (voir figure 1.1). Cette famille regroupe les points de vue pertinents autour desquels s'expriment les préférences du décideur.

Sur certains critères, un petit écart de performance entre deux alternatives peut ne pas être considéré comme étant une préférence affirmée. Dans ce cas, ces critères sont munis de seuils de discrimination (indifférence et préférence) à partir desquels l'écart peut être jugé significatif (cf. Annexe A).

La procédure d'agrégation par laquelle on construit le surclassement fait intervenir une logique qui s'apparente à celle du vote. Elle consiste à comparer les alternatives par paires et comprend deux volets : un de *concordance* où une majorité suffisamment forte de critères soutient la proposition de surclassement et un autre de *discordance* où la minorité restante peut s'opposer à la validation de la proposition.

La matrice de surclassement est construite à partir de la matrice de concordance, de la matrice de discordance et d'un niveau de concordance s (niveau de majorité requise) fixé par le décideur (voir figure 1.1).

Pour obtenir la matrice de concordance, on procède de la manière suivante :

Pour chaque couple d'alternatives, on calcule un indice de concordance par critère (cf. Annexe B). Cet indicateur (compris entre 0 et 1) exprime dans quelle mesure, compte tenu des seuils, les performances des alternatives a et b sur les critères entrent en concordance avec l'affirmation « a est au moins aussi bonne que b ».

Les indicateurs de concordance par critère sont ensuite agrégés en tenant compte de l'importance relative de chaque critère et donnent l'indice de concordance globale.

Pour obtenir la matrice de discordance, on procède comme suit :

Pour chaque couple d'alternatives, on calcule un indicateur de discordance par critère. Cet indicateur (valant 0 ou 1) indique si les performances des alternatives sur le critère s'opposent à l'affirmation « a surclasse b globalement ». Il est établi à partir du seuil de veto dont l'effet est modulé par la valeur de l'indice de concordance globale (cf. Annexe B).

La matrice de discordance indiquera, pour chaque couple d'alternatives, s'il existe au

moins un critère pour lequel les performances des alternatives a et b interdisent d'envisager le surclassement de b par a .

Dans l'esprit de ce qui précède, pour chaque couple d'alternatives, on accepte la relation « a surclasse b » si deux tests sont satisfaits :

- *Test de concordance* : l'indice de concordance globale doit être supérieur ou égal au niveau de concordance s . Ce premier test exprime qu'une majorité suffisante (niveau s) de critères est en accord avec l'assertion « a est au moins aussi bonne que b » ;
- *Test de non-discordance* : pour le couple d'alternatives considéré, il faut qu'il n'y ait aucun critère pour lequel les performances de a et de b interdisent le surclassement de b par a . Ce second test exprime qu'au sein de la minorité des critères en désaccord avec « a est au moins aussi bonne que b » il n'en existe aucun dont l'amplitude du désaccord justifierait un veto.

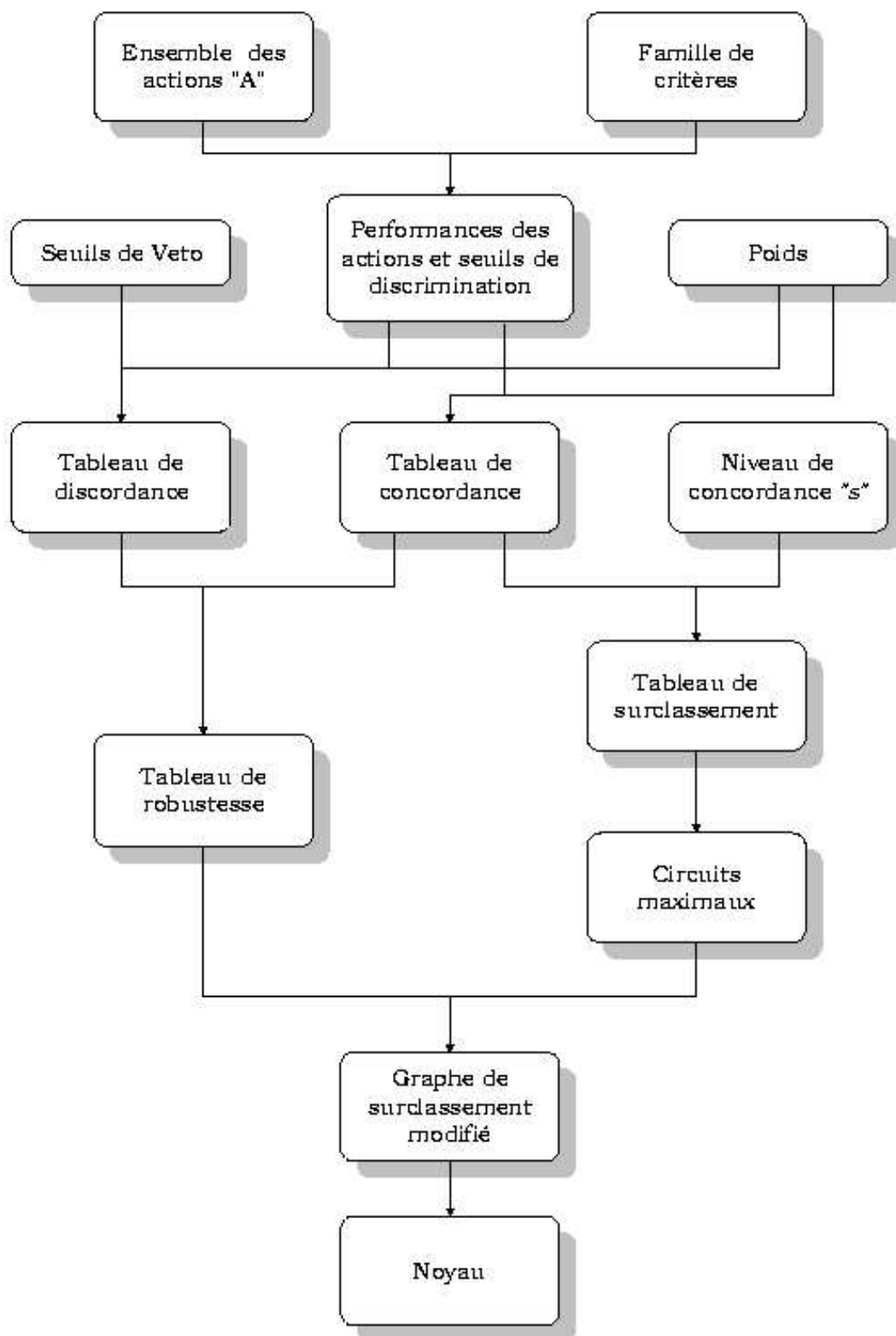


FIG. 1.1: *Présentation générale de la méthode ELECTRE IS*

1.3 Exploitation du surclassement et obtention des résultats finaux

Comme nous l'avons précédemment souligné, ELECTRE IS s'inscrit dans le cadre de la problématique du choix ($P\alpha$) (cf. Roy (1985)) qui consiste à sélectionner un sous-ensemble A' aussi restreint que possible d'un ensemble fini A d'alternatives évaluées sur une famille de critères.

On appellera graphe de surclassement le graphe orienté dont les sommets sont les alternatives de A et les arcs représentent les surclassements. Un arc de a vers b traduit le fait que a surclasse b .

L'objectif d'ELECTRE IS est donc de mettre en évidence le sous-ensemble A' . Toute alternative n'appartenant pas à A' doit (pour que sa non sélection soit justifiée) être surclassée par au moins une alternative lui appartenant. De plus, aucune alternative de A' ne doit être surclassée strictement par une autre alternative du sous-ensemble : celui-ci ne contient donc que des alternatives deux à deux incomparables (ou véritablement ex æquo), autrement dit obligatoirement contrastées.

En termes mathématiques, le sous-ensemble A' correspond au noyau d'un graphe (le graphe de surclassement).

Un graphe ayant des circuits peut ne posséder aucun noyau ou, au contraire, en posséder plusieurs. En revanche, un graphe sans circuit admet toujours un noyau unique.

Les circuits représentent des classes d'alternatives *présumées ex æquo*. Pour que l'une d'entre elles soit considérée comme une classe de *vrais ex æquo*, les alternatives la composant doivent toutes se surclasser deux à deux et se comporter de la même façon vis-à-vis des autres alternatives. Les alternatives d'une classe de vrais ex æquo peuvent être regroupées et représentées par un nouveau sommet du graphe ; cette transformation permet de se ramener à un graphe sans circuit lorsque tous les circuits ne rassemblent que de vrais ex æquo.

Cependant, il n'en est pas souvent ainsi. La présence ou l'absence d'un surclassement est issue de formules mathématiques basées sur des inégalités qui, dans certains cas, peuvent être aisément renversées (lorsque les deux membres de l'inégalité sont très proches). Une classe de *présumées ex æquo*, au vu de la robustesse des surclassements, peut être transformée en une classe de vrais ex æquo ou, au contraire, être modifiée de façon à faire disparaître un circuit.

Pour gérer ces modifications, on introduit un indicateur de robustesse $\rho(a, b)$ qui permet d'apprécier s'il est plus ou moins justifié de modifier la conclusion du surclassement

concernant le couple (a, b) . Faut-il :

- ajouter l’arc (a, b) s’il n’existe pas
- ou retirer cet arc s’il existe déjà?

Notons que $\rho(a, b)$ est un nombre vérifiant $0 \leq \rho(a, b) \leq 1$ conçu de telle sorte que l’on puisse interpréter :

- $\rho(a, b) = 1/2$ comme : il est tout aussi justifié de conserver que de retirer l’arc (a, b) ;
- $\rho(a, b) > 1/2$ comme : il est plus justifié de rajouter l’arc (a, b) s’il n’existe pas que de retirer cet arc s’il existe déjà (et cela d’autant plus que $\rho(a, b)$ est plus proche de 1) ;
- $\rho(a, b) < 1/2$ comme : il est plus justifié de retirer l’arc (a, b) s’il existe que de le rajouter s’il n’existe pas (et cela d’autant plus que $\rho(a, b)$ est plus proche de 0).

La première phase de la procédure de sélection consiste donc en une transformation de la relation de surclassement **initiale** en une relation *consolidée* représentée par un graphe **final** n’ayant aucun circuit et faisant intervenir s’il y a lieu des sommets *artificiels* représentatifs de classes de vrais ex æquo. La seconde consiste en la détermination du noyau du graphe final.

Nous présentons en Annexe C l’algorithme de modification du graphe de surclassement initial lorsqu’il contient des circuits afin d’obtenir le graphe final et, en Annexe D, le calcul de l’indicateur de robustesse.

Chapitre 2

Exemple de référence

2.1 Le jeu de données

L'exemple que nous présentons et qui sert de référence tout au long de ce manuel concerne une comparaison de voitures turbo diesel européennes.

L'exemple traite de la comparaison de 10 voitures selon 7 critères. Les données de cet exemple : choix des voitures et performances sur les différents critères sont issues de la revue spécialisée *L'Auto-journal*¹. Notons que certaines données ont été très légèrement modifiées à des fins pédagogiques.

2.1.1 Les alternatives

Dix voitures sont évaluées et comparées.

Ces voitures sont (on notera entre parenthèses les codes associés) :

1. Alfa Roméo 156 2.4 JTD (Alfa_156)
2. Audi A4 1.9 TDI (Audi_A4)
3. Citroën Xantia 2.1 TD (Cit_Xantia)
4. Peugeot 406 2.1 TD SV (Peugeot_406)
5. Saab 9.3 TID (Saab_TID)
6. Renault Laguna 2.2 dT RXT (Rnlt_Laguna)
7. Volkswagen Passat 1.9 TDI Sport (VW_Passat)

1. Numéro 492 du 18 juin 1998 et numéro 514 du 22 avril 1999.

8. BMW 320d (BMW_320d)
9. Citroën Xara 2.0 HDi (Cit_Xara)
10. Renault Safrane 2.2 dt RXE (Rnlt_Safrane)

2.1.2 Les critères

Sept critères sont utilisés pour la comparaison. Ces critères sont (on notera entre parenthèses les codes associés) :

- g_1 : le prix en Francs Français (Prix).
- g_2 : la vitesse maximale que peut atteindre la voiture en km/h (Vitesse_Max).
- g_3 : la consommation moyenne en litres pour un trajet de 100 km (Conso_moy). Cette moyenne est établie entre les consommations sur route, sur autoroute et en ville.
- g_4 : la distance de freinage en mètres pour une vitesse de 90 km/h (Dis_Freinage).
- g_5 : le confort (Confort). Ce critère est qualitatif. Il prend en compte l'habitabilité et la maîtrise des bruits et des vibrations mécaniques. La performance d'une alternative correspond à son rang dans le classement établi par *l'Auto-Journal* sur ce critère.
- g_6 : le volume du coffre en décimètres cubes (dm^3) (Vol_Coffre).
- g_7 : l'accélération (Acceleration). La performance sur ce critère correspond au temps en secondes mis par la voiture pour parcourir 1 000 mètres départ arrêté.

Les différents paramètres définissant ces critères (sens des préférences, poids, mode de définition des seuils, seuils) sont donnés dans le tableau 2.1. Le niveau de concordance s retenu pour l'étude est de 0.75. Les performances des dix voitures par rapport aux sept critères sont données par la matrice 2.2.

| | Prix | Vitesse_Max | Conso_Moy | Dis_Freinage | Confort | Vol_Coffre | Acceleration |
|--|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|------------|--------------|
| Sens des préférences | Décroissant | Croissant | Décroissant | Décroissant | Décroissant | Croissant | Décroissant |
| Poids | 3 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| Mode de définition des seuils ^a | Inverse | Inverse | Direct | Direct | Direct | Direct | Direct |
| Seuil d'indifférence ^b | 0.025/-2000 | 0.02/0 | 0/1 | 0/0 | / | 0/50 | 0.01/-0.2 |
| Seuil de préférence | 0.05/-3000 | 0.05/0 | 0/2 | 0/3 | 0/2 | 0/80 | 0.05/-0.1 |
| Seuil de veto | 0.05/2000 | / | 0/3 | 0/5 | 0/6 | / | / |

TAB. 2.1: *Définition des critères*

^a cf. Annexe A

^b Les seuils sont de la forme $\alpha \times g(a) + \beta$; dans le tableau, on donne α/β (cf. Annexe A)

| ELECTRE 1s - [Matrix of Alternatives] | | | | | | | |
|---------------------------------------|--------|-------------|-----------|--------------|---------|------------|--------------|
| Project Edit Results Window | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | Prix | Vitesse_Max | Conso_moy | Dis_Freinage | Confort | Vol_Coffre | Acceleration |
| Alfa_156 | 156000 | 201 | 8 | 39.6 | 6 | 378 | 31.2 |
| Audi_A4 | 168800 | 195 | 5.7 | 35.8 | 7 | 440 | 33 |
| Cit_Xantia | 167000 | 195 | 7.9 | 37 | 2 | 480 | 34 |
| Peugeot_406 | 168000 | 191 | 8.3 | 34.4 | 2 | 430 | 34.6 |
| Saab_T1D | 171500 | 199 | 7.8 | 35.7 | 5 | 494 | 32 |
| Rnlt_Laguna | 155000 | 194 | 7.7 | 37.4 | 4 | 452 | 33.8 |
| VW_Passat | 152900 | 195 | 7.6 | 34.4 | 3 | 475 | 33.6 |
| BMW_320d | 172000 | 209 | 6.6 | 36.6 | 4 | 440 | 30.9 |
| Cit_Xsara | 125000 | 182 | 6.4 | 40.6 | 8 | 408 | 33.5 |
| Rnlt_Safrane | 191000 | 203 | 7.5 | 34.5 | 1 | 520 | 32 |

TAB. 2.2: *Matrice des performances*

2.2 Les résultats

Le logiciel ELECTRE IS présente tout d'abord (après calcul, voir Annexe B) le graphe de surclassement initial (cf. figure 2.1).

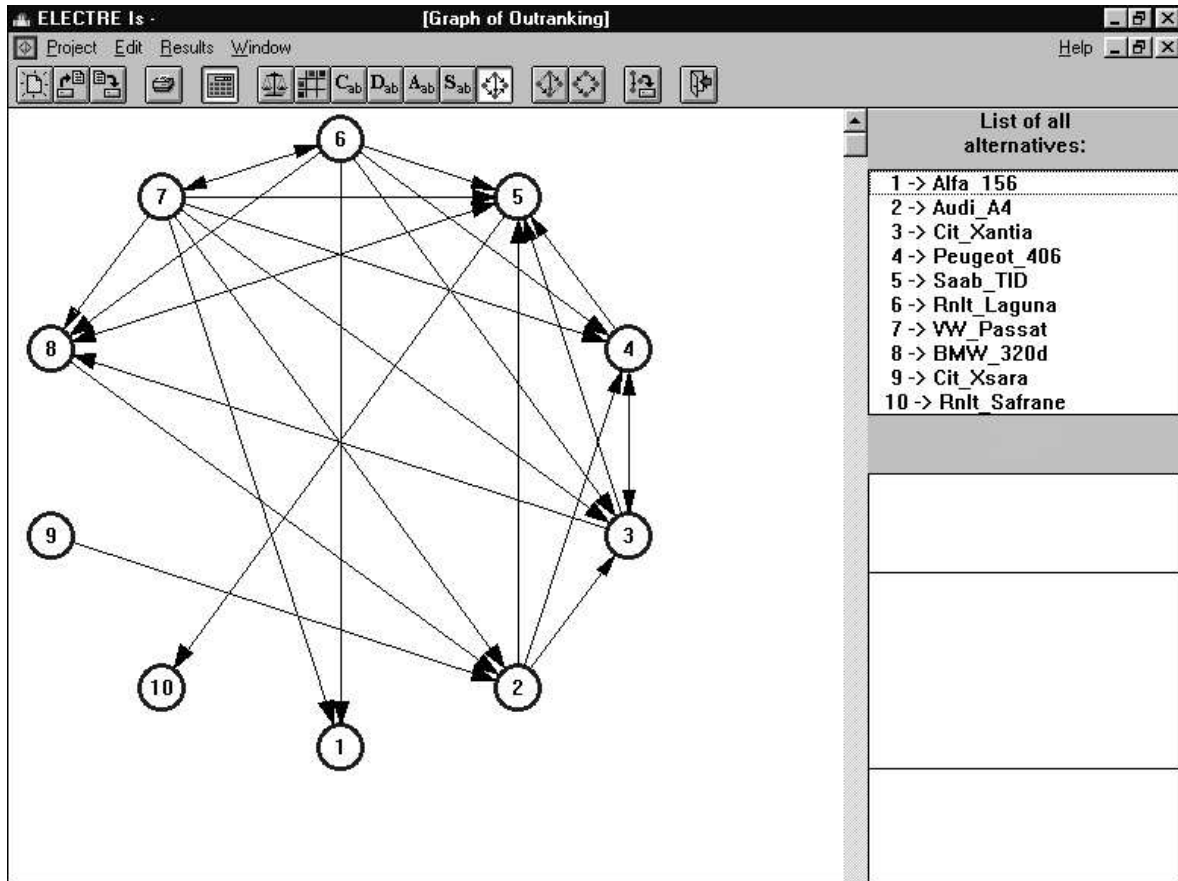


FIG. 2.1: *Graphe de surclassement initial*

L'application de l'algorithme de construction de la relation de surclassement consolidée permet d'obtenir ensuite le graphe final donnée par la figure 2.2.

Les sommets 11 et 12 sont des sommets artificiels représentatifs de regroupements d'alternatives véritablement ex æquo. Le sommet 11 regroupe les alternatives Cit_Xantia et Peugeot_406 et le sommet 12 regroupe les alternatives Rnlt_Laguna et VW_Passat.

Les voitures sélectionnées par ELECTRE IS (alternatives du noyau) sont : [Rnlt_Laguna, VW_Passat], Cit_Xsara et Rnlt_Safrane.

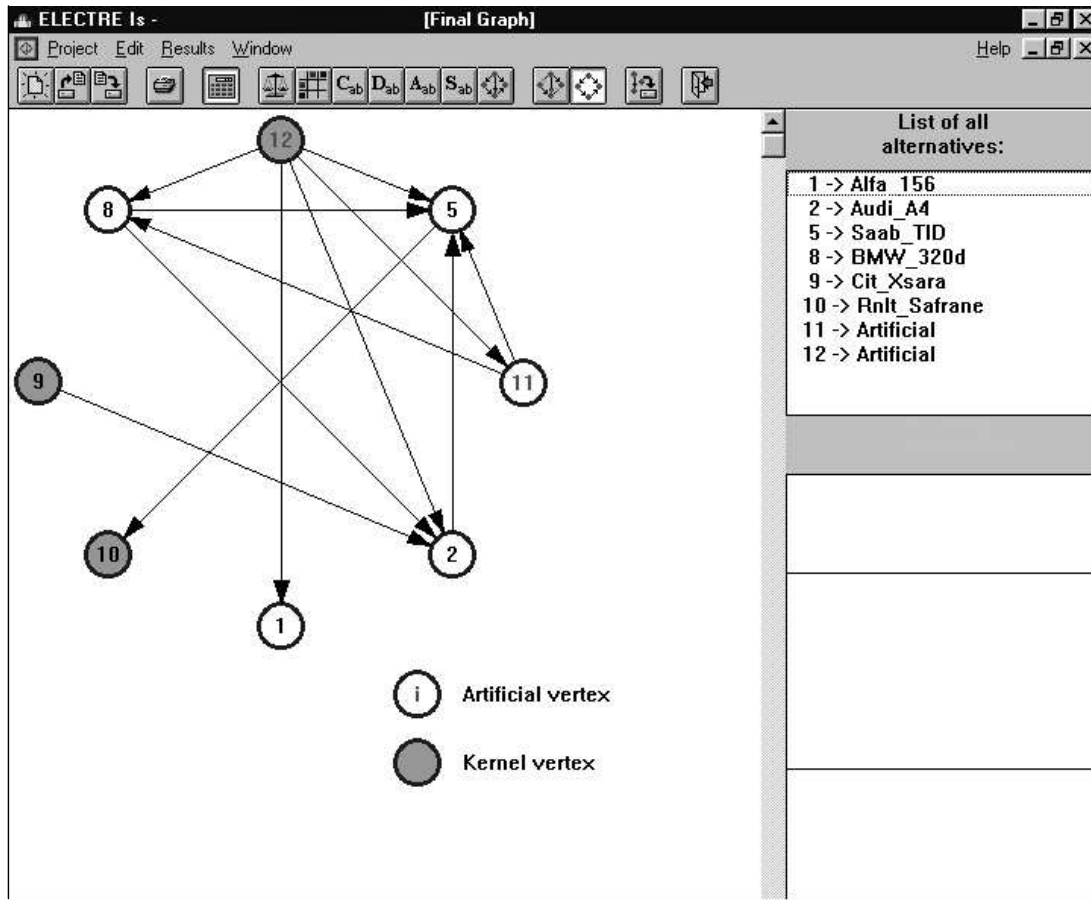


FIG. 2.2: *Graphe final*

Notons qu'il est cohérent de retrouver dans le noyau les voitures Cit_Xsara et Rnlt_Safrane. Celles-ci n'appartiennent pas à la même gamme que les autres voitures prises en compte dans l'exemple. La Cit_Xsara appartient à une gamme inférieure (prix plus économique et potentialités réduites) et la Rnlt_Safrane à une gamme supérieure (potentialités plus élevées et prix plus élevé). De ce fait, ces voitures sont incomparables avec quasiment toutes les autres voitures (voir figure 2.1) et se retrouvent dans le noyau.

Bien que la méthode contienne en elle-même une part du traitement de la robustesse, une analyse de robustesse ne doit pas pour autant être exclue (voir Roy (1998), Roy and Bouyssou (1993)).

Cette analyse de robustesse a été entreprise sur la base des diverses hésitations que nous avons eues lors de l'attribution d'une valeur à certains paramètres dans le tableau

2.1. Cela nous a amenés à envisager les modifications suivantes :

- faire varier le poids associé au critère g_4 « Dis_Freinage » dans l'intervalle $[1, 2]$;
- faire varier le poids associé au critère g_5 « Confort » dans l'intervalle $[1, 2]$;
- augmenter les valeurs des seuils de veto des critères g_1 « Prix » et g_4 « Dis_Freinage » (de façon à affaiblir leur pouvoir de veto) ;
- faire varier le niveau de concordance s dans l'intervalle $[0.70, 0.75]$.

L'analyse de robustesse ainsi conduite a permis d'aboutir aux conclusions suivantes :

- les alternatives Rnlt_Laguna, VW_Passat et Cit_Xsara sont toujours dans la noyau ;
- les alternatives Rnlt_Laguna et VW_Passat constituent toujours une classe d'ex æquo ;
- l'alternative Rnlt_Safrane n'apparaît pas systématiquement dans le noyau (elle sort du noyau lorsque l'on réduit le poids associé au critère g_5 « Confort » ou encore lorsque l'on réduit le niveau de concordance s) ;
- on remarque l'apparition systématique d'une deuxième classe d'ex æquo. Celle-ci regroupe toujours les alternatives Cit_Xantia et Peugeot_406 et, de façon plus épisodique, les alternatives BMW_320d et Saab_TID. Cette classe n'est jamais présente dans le noyau ;
- les alternatives Alpha_156 et Audi_A4 n'apparaissent jamais dans le noyau.

Cette analyse de robustesse permet de conclure que les alternatives Rnlt_Laguna et VW_Passat représentent un bon choix en regard des valeurs des paramètres utilisés.

Chapitre 3

Menus et commandes du logiciel

Nous présentons dans ce chapitre les différentes commandes et menus caractérisant ELECTRE IS, logiciel développé par l'équipe de l'*Institut d'Informatique de l'Université de Technologie de Poznan* travaillant sous la direction du professeur Roman Słowiński.

3.1 Organisation générale du logiciel

Le menu principal du logiciel ELECTRE IS 3.0 est décrit par la figure 3.1.

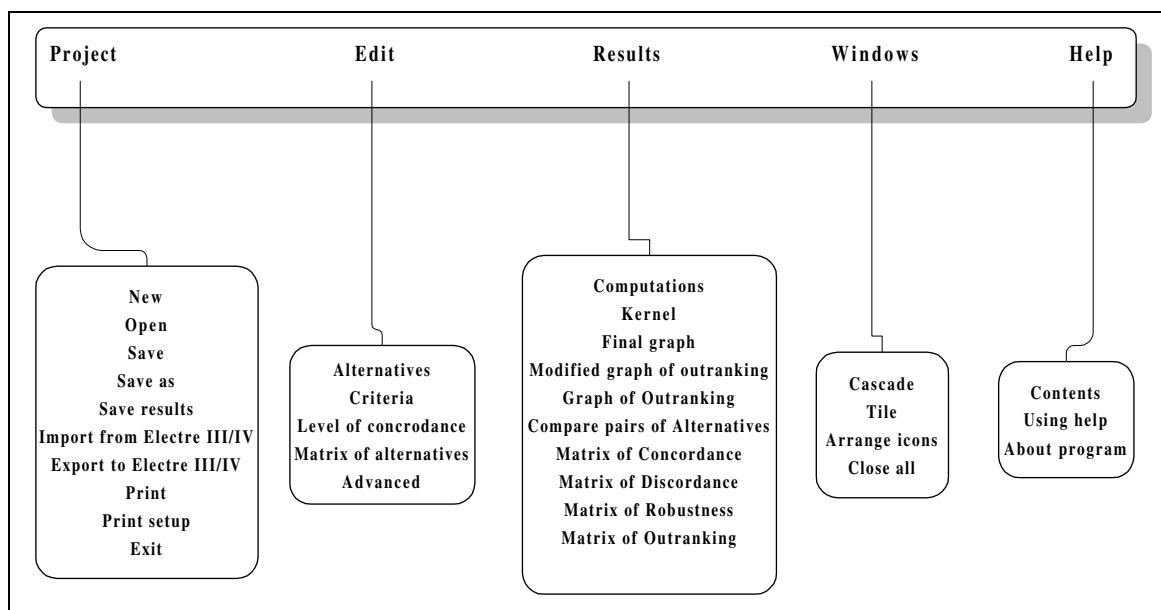



FIG. 3.1: *Menu principal d'ELECTRE IS*

Il est organisé en 5 menus :

- **Project** : Ce menu permet de créer un nouveau projet, en ouvrir un déjà existant et enregistrer le projet courant. On peut aussi importer un projet traité par ELECTRE III (voir Vallée and Zielniewicz (1994)) et exporter un projet de ELECTRE IS vers ELECTRE III. Des options d'impression et de configuration de l'impression sont également proposées.
- **Edit** : Ce menu permet d'éditer les alternatives, les critères ainsi que le niveau de concordance s . Il permet également de visualiser la matrice des performances et de choisir les paramètres de l'algorithme de construction de la relation de surclassement modifiée (voir Annexe C).
- **Results** : Ce menu permet d'enclencher la phase de calcul et d'obtenir les différents résultats du logiciel : les matrices de surclassement, concordance, discordance et robustesse ; les graphes de surclassement, de surclassement modifié et final ainsi que le noyau du graphe final. Une option de comparaison d'alternatives deux à deux est également disponible.
- **Window** : Ce menu offre les options classiques de gestion des fenêtres Windows.
- **Help** : Ce menu offre une aide en ligne à l'utilisateur.


3.2 Les commandes du menu Project

3.2.1 New

Cette commande permet de créer un nouveau projet. Celui-ci est associé à un nouveau jeu de données qu'il faut créer (voir commandes du menu **Edit**). L'icône  est associée à cette commande.

3.2.2 Open

Cette commande permet d'ouvrir un projet préalablement créé durant une session précédente d'ELECTRE IS et qui a été enregistré (disque dur, disquette, CD). On doit taper le nom du projet ou le sélectionner dans la liste des fichiers disponibles ; on doit également préciser le chemin de localisation de celui-ci.

Notons que les fichiers de projets ELECTRE IS ont une extension .els. L'icône  est associée à cette commande. Cette commande peut aussi être activée par la touche F3.


3.2.3 Save et Save as

La commande *Save* permet d'enregistrer le projet courant sous son nom courant. S'il s'agit d'un nouveau projet ou si l'on désire changer le nom du projet, on utilise la commande *Save as*. Pour ces deux commandes, il faut spécifier le chemin de localisation des projets.

La commande *Save* est représentée par l'icône .

3.2.4 Save Results

Cette commande permet de choisir, parmi les différents résultats (jeu de données; matrices de concordance, de discordance, de robustesse et de surclassement; graphes de surclassement, modifié et final), ceux que l'on désire enregistrer dans un fichier résultats. L'extension de ce fichier est .r1s. Il faut là aussi spécifier le chemin de localisation du fichier.


La commande *Save Results* est représentée par l'icône . Elle peut également être activée par la touche F12.

3.2.5 Import from ELECTRE III/IV et Export to ELECTRE III/IV

Pour utiliser un projet de ELECTRE III/IV, il faut préalablement créer un fichier exportable sur ELECTRE III/IV d'extension .txt et ensuite utiliser la commande *Import from ELECTRE III/IV* pour l'ouvrir sur ELECTRE IS. Notons qu'il faut ensuite l'enregistrer afin de créer le fichier .els.


De même, pour utiliser un projet ELECTRE IS sur ELECTRE III/IV, il faut créer un fichier exportable sur ELECTRE IS (commande *Export to ELECTRE III/IV*) d'extension .txt. Il est ensuite possible de l'ouvrir sur ELECTRE III/IV à travers la commande *Importer fichier ASCII*.

3.2.6 Print et Printer Setup

La commande *Print* permet d'imprimer des résultats choisis dans la liste suivante : jeu de données; matrices de concordance, de discordance, de robustesse et de surclassement; graphes de surclassement, modifié et final. L'icône  est associée à cette commande. Cette commande peut aussi être activée par les touches ALT F12.

La commande *Printer Setup* permet de choisir l'imprimante à utiliser ainsi que de sélectionner les paramètres classiques d'impression.

3.2.7 Exit

Cette commande permet de quitter le logiciel ELECTRE IS. L'icône  est associée à cette commande. Elle peut également être activée par les touches ALT F4.

3.3 Les commandes du menu Edit

3.3.1 Alternatives

Cette commande permet d'éditer les alternatives du projet. En l'activant, on obtient une boîte de dialogue présentant les alternatives déjà introduites. Le bouton **OK** permet de valider les alternatives introduites, le bouton **Modify** de modifier le nom d'une des alternatives déjà introduites ou ses performances sur les critères et le bouton **Remove** de supprimer une alternative.

En cliquant sur le bouton **Add**, on obtient une deuxième boîte de dialogue où l'on peut introduire une nouvelle alternative en précisant son nom. Si les critères ont déjà été introduits, on peut visualiser les performances sur chacun des critères et éventuellement les modifier.

3.3.2 Criteria

Cette commande permet d'éditer les critères du projet. En l'activant, on obtient une boîte de dialogue présentant les critères déjà introduits. Le bouton **OK** permet de valider les critères introduits, le bouton **Modify** de modifier le nom d'un des critères déjà introduits ou les seuils qui lui sont associés (voir Annexe A), leur mode de détermination (direct ou inverse) ainsi que le sens des préférences. Le bouton **Remove** permet de supprimer un critère.

En cliquant sur le bouton **Add**, on obtient une boîte de dialogue qui permet d'introduire un nouveau critère ainsi que toutes ces caractéristiques. Sur cette fenêtre apparaît un bouton **Alternatives** qui permet de visualiser, pour toutes les alternatives, les performances et la valeur des seuils associés (indifférence, préférence, veto).


Notons que, pour introduire les informations concernant les seuils associés aux critères, il faut auparavant introduire les performances des alternatives (voir §3.3.4).

3.3.3 Level of concordance

Cette commande permet d'éditer le niveau de concordance s requis pour le projet (cf. Annexe B, Roy and Bouyssou (1993)). s doit satisfaire les inégalités suivantes: $\frac{1}{2} \leq s \leq$

$1 - \frac{\min_j k_j}{\sum_{j=1}^n k_j}$ où k_j correspond au poids du critère g_j ($j = 1, \dots, m$). ELECTRE IS vérifie automatiquement si la valeur de s introduite est correcte ; dans la cas contraire, il affiche son intervalle de variation possible.

3.3.4 Matrix of alternatives

Cette commande permet d'introduire les performances des alternatives sur les différents critères. Une fenêtre sous forme de tableur apparaît, l'introduction des performances se fait à travers le clavier. Pour que la performance introduite soit prise en compte, il faut soit appuyer sur la touche *Entrée*, soit activer une autre cellule du tableur (déplacer le curseur). Cette commande permet également de modifier une performance déjà introduite. L'icône  est associée à cette commande.


3.3.5 Advanced

Cette commande permet de spécifier les paramètres de l'algorithme de construction de la relation de surclassement modifiée (cf. Annexe C). Elle permet d'introduire le nombre maximal d'arcs à analyser pour casser un circuit (valeur par défaut = 2) ainsi que le gain de robustesse minimal pour couper un plus grand nombre d'arcs (valeur par défaut $\Delta\rho = 0.1$). Si le nombre d'arcs requis pour casser un circuit est trop petit, ELECTRE IS le signifie et demande d'introduire un nombre plus grand.

Il est recommandé de garder ces valeurs par défaut si l'utilisateur ne maîtrise pas parfaitement les détails de la méthode.

3.4 Les commandes du menu Results

3.4.1 Computations

Cette commande permet d'effectuer les différents calculs de la méthode. Elle est préalable à l'obtention des différents résultats. L'icône  lui est associée.

3.4.2 Kernel


Cette commande permet d'obtenir les alternatives composant le noyau du graphe final (cf. Annexe C). Une fenêtre avec les différentes alternatives du noyau apparaît. Chaque sommet du graphe est décrit par son nom de code ou par son numéro s'il est artificiel (cf. Annexe C). Pour chaque sommet, il est spécifié si c'est un sommet initial (pas de

précédents), final (pas de successeurs), intermédiaire (avec précédents et successeurs) ou isolé (ni précédent, ni successeur).

Sur cette fenêtre se trouve un bouton **Details** qui permet, pour les sommets artificiels, de connaître les alternatives qui le composent.


3.4.3 Final Graph

Cette commande permet d'afficher une fenêtre présentant le graphe final obtenu (cf. Annexe C). Les sommets représentant le noyau ont un fond vert. Les numéros des sommets artificiels apparaissent en rouge. Une liste de correspondance entre les numéros des sommets et les noms des alternatives y référant est présentée.


Initialement, dans tous les graphes, tous les sommets ont un contour coloré en bleu ; il est également possible de cliquer sur chacun des sommets pour savoir quelle(s) alternative(s) il représente. Le contour du sommet sélectionné est alors coloré en rouge. L'icône  est associée à cette commande.

3.4.4 Modified Graph of Outranking


Cette commande permet d'afficher une fenêtre présentant le graphe de surclassement avec les modifications proposées par l'algorithme (cf. Annexe C). Les sommets sont représentés de la même manière que dans la fenêtre du graphe final (voir §3.4.3). Les arcs à ajouter par l'algorithme sont représentés en vert et les arcs à supprimer en rouge.

Dans le côté droit de la fenêtre, les arcs modifiés sont notés ainsi que leur coefficient de robustesse (cf. Annexe D) ; la lettre **A** caractérise les arcs ajoutés (Added) et la lettre **R** les arcs supprimés (Removed). L'icône  est associée à cette commande.


3.4.5 Graph of Initial Outranking

Cette commande permet d'afficher une fenêtre présentant le graphe de surclassement (cf. Annexe B). Les sommets sont représentés de la même manière que dans la fenêtre du graphe final (voir §3.4.3). Cliquer sur un sommet permet d'identifier l'alternative correspondante et de connaître les alternatives qu'elle surclasse (à droite dans la fenêtre). L'icône  est associée à cette commande.


3.4.6 Compare pairs of alternatives

Cette commande permet de sélectionner deux alternatives et de les comparer par rapport à chacun des critères. Pour deux alternatives a et b , la fenêtre permet de visualiser les critères pour lesquels a est strictement préféré à b ($a\mathcal{P}b$), a est préféré faiblement à b ($a\mathcal{Q}b$), a est indifférent à b ($a\mathcal{I}b$), b est préféré faiblement à a ($b\mathcal{Q}a$) ainsi que les critères qui posent leur veto à l'assertion aSb . L'icône  est associée à cette commande.


3.4.7 Matrix of Concordance

Cette commande permet d'afficher une fenêtre présentant la matrice des indices de concordance entre tout couple d'alternatives (cf. Annexe B). L'icône  est associée à cette commande.


3.4.8 Matrix of Discordance

Cette commande permet d'afficher une fenêtre présentant la matrice des indices de discordance entre tout couple d'alternatives (cf. Annexe B). Le signe $*$ est utilisé lorsque le test de discordance n'est pas effectué du fait d'une valeur de l'indice de concordance strictement inférieure à s (le test devenant sans objet). L'icône  est associée à cette commande.

3.4.9 Matrix of Robustness

Cette commande permet d'afficher une fenêtre présentant la matrice des coefficients de robustesse entre tout couple d'alternatives (cf. Annexe D). L'icône  est associée à cette commande.

3.4.10 Matrix of Outranking

Cette commande permet d'afficher une fenêtre présentant la matrice de surclassement représentant les éventuels surclassements entre tout couple d'alternatives (cf. Annexe B). L'icône  est associée à cette commande.

Chapitre 4

Exemple d'une session ELECTRE IS

Dans ce chapitre, nous allons décrire une session du logiciel ELECTRE IS en présentant des copies d'écran. L'exemple proposé est l'exemple de référence du manuel (cf. Chapitre 2).

4.1 Edition du projet

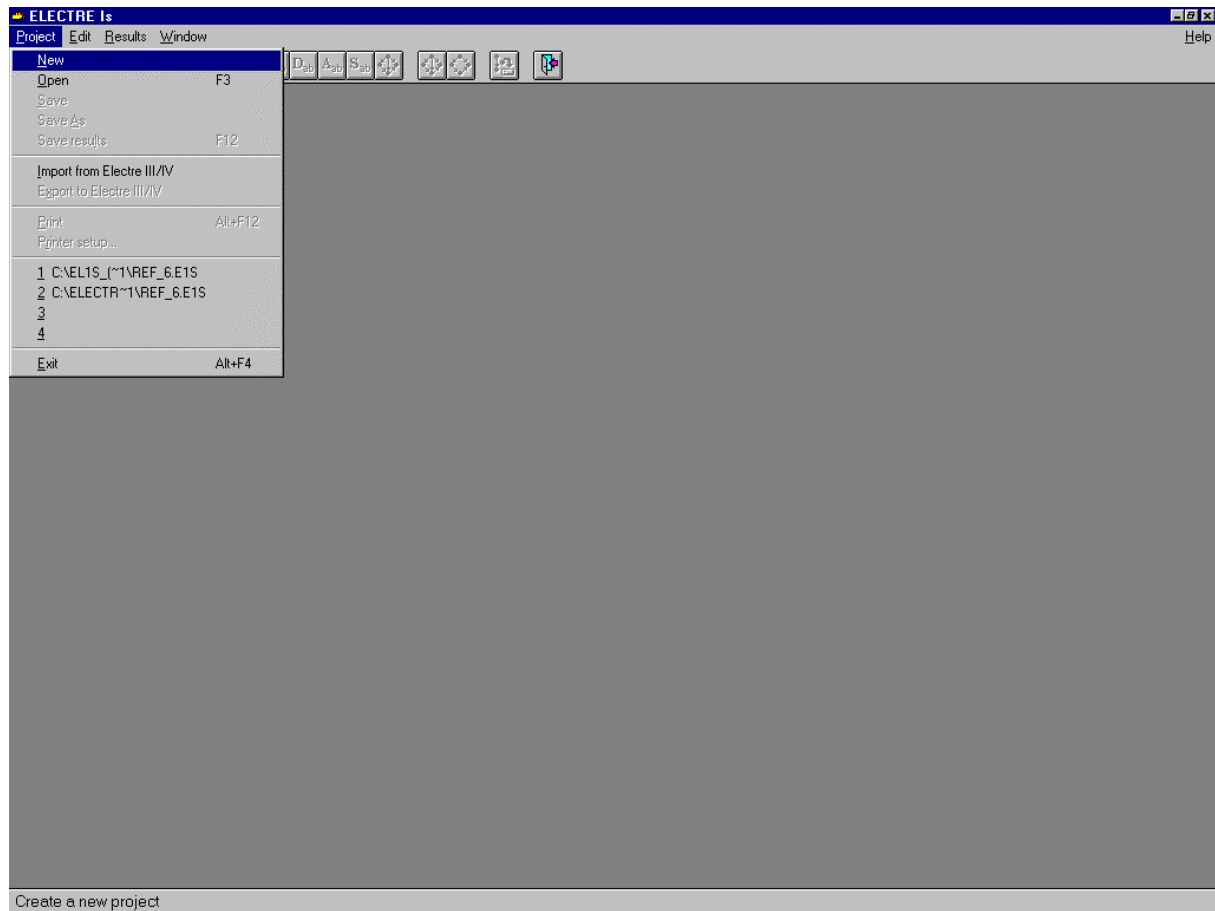




FIG. 4.1: *Création d'un nouveau projet*

Le lancement de ELECTRE IS s'effectue en cliquant sur l'icône .

Pour créer un nouveau projet, activer la commande **New** du menu **Fichier** ou bien cliquer directement sur l'icône associée .

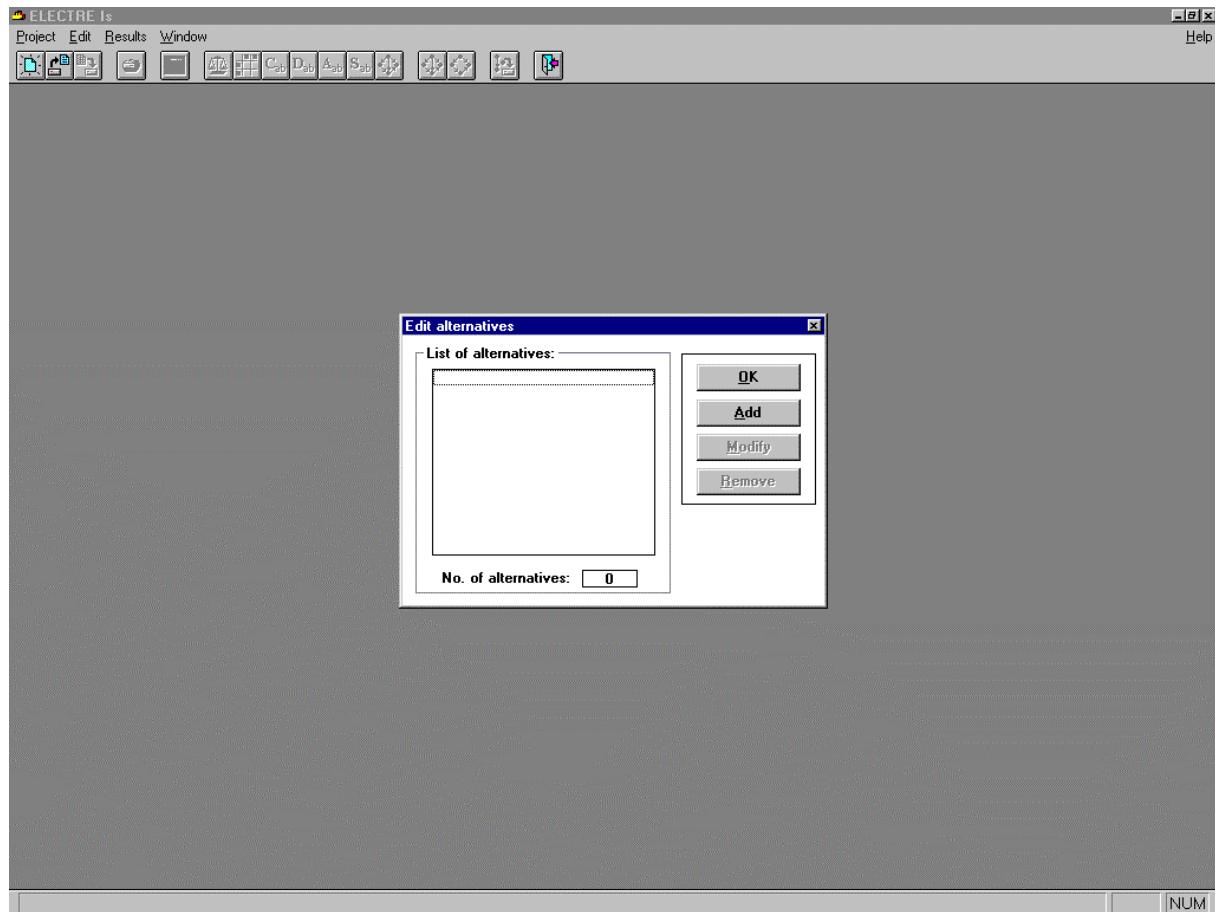


FIG. 4.2: *Définition des alternatives [1]*

Pour définir le projet, il faut tout d'abord définir l'ensemble des alternatives. En activant la commande **Alternatives** du menu **Edit**, la fenêtre **Edit alternatives** apparaît sur l'écran. Cette dernière nous donne la liste des alternatives déjà introduites ainsi que leur nombre. Pour introduire une nouvelle alternative, il faut cliquer sur le bouton **Add**.

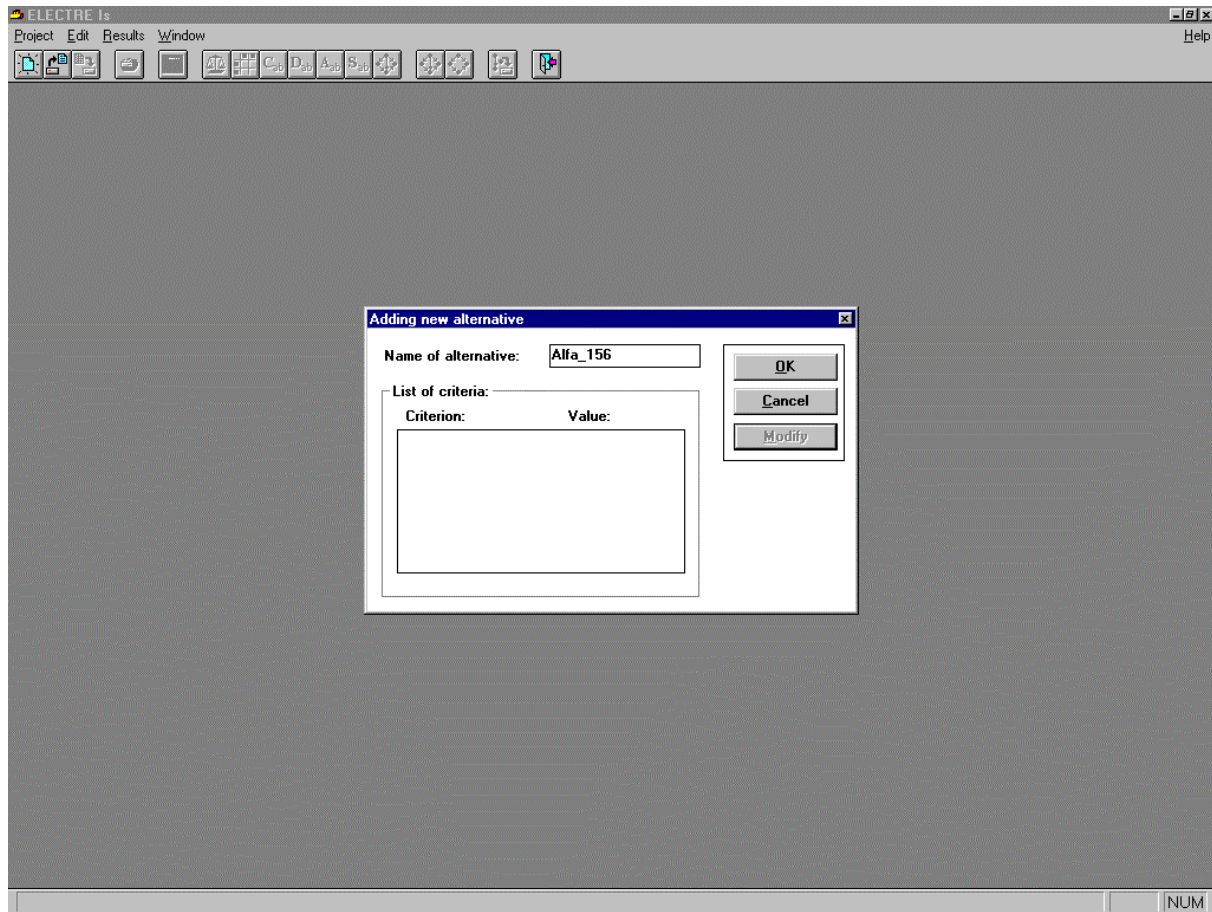


FIG. 4.3: *Définition des alternatives [2]*

En cliquant sur le bouton **Add**, on obtient la fenêtre **Adding new alternative** ; celle-ci permet de définir le nom de l'alternative que l'on veut introduire. Il doit être composé au maximum de 13 caractères. Afin de valider le nom d'une alternative, cliquer sur le bouton **OK**.

Ici, la première alternative de l'exemple de référence (cf. chapitre 2). Par défaut, le logiciel vous propose la représentation suivante: alter_1, alter_2, ...

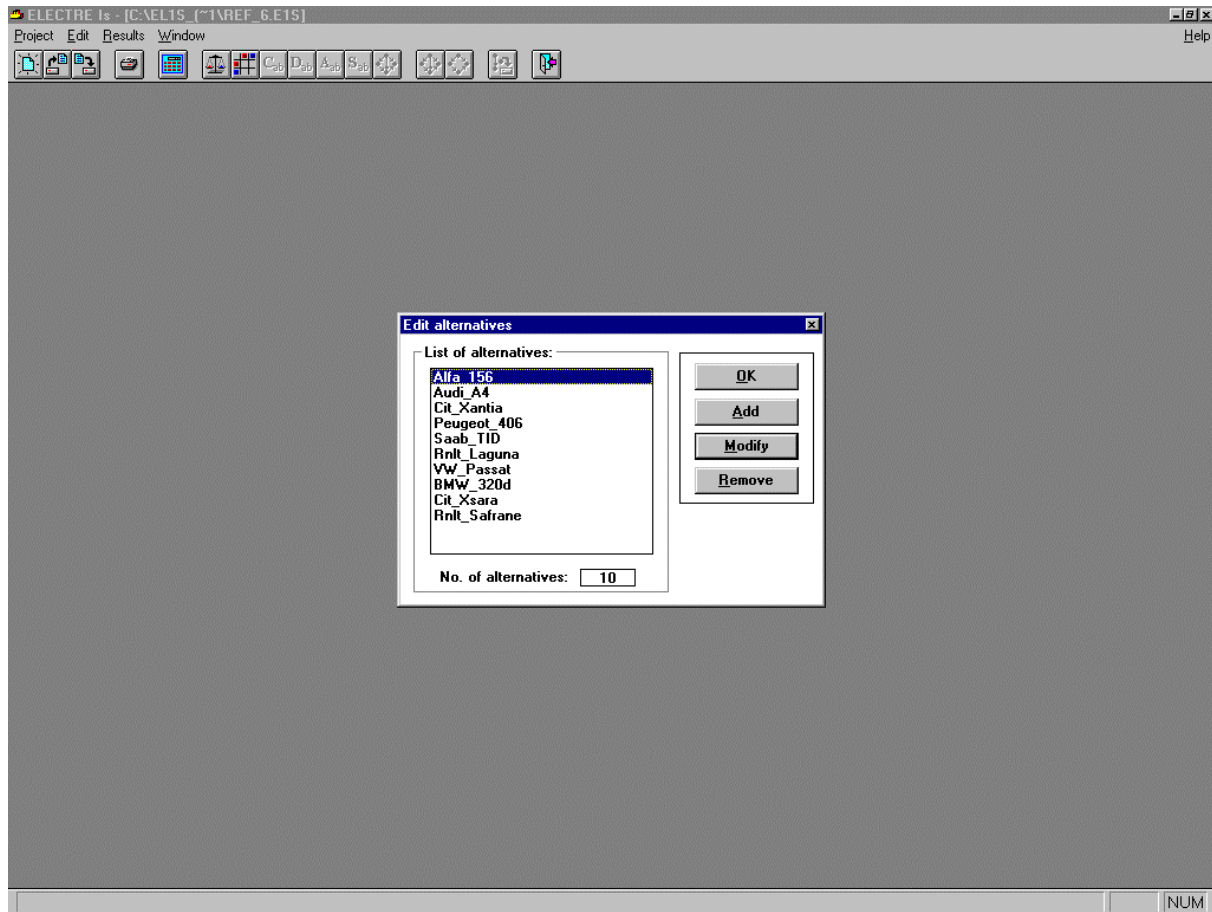


FIG. 4.4: Définition des alternatives [3]

L'ensemble des alternatives de l'exemple de référence (10 alternatives) a été saisi. Lorsque cette opération est terminée, cliquer sur le bouton **OK**. Le bouton **Modify** permet de modifier la définition de l'alternative sélectionnée; le bouton **Remove** permet de la supprimer.

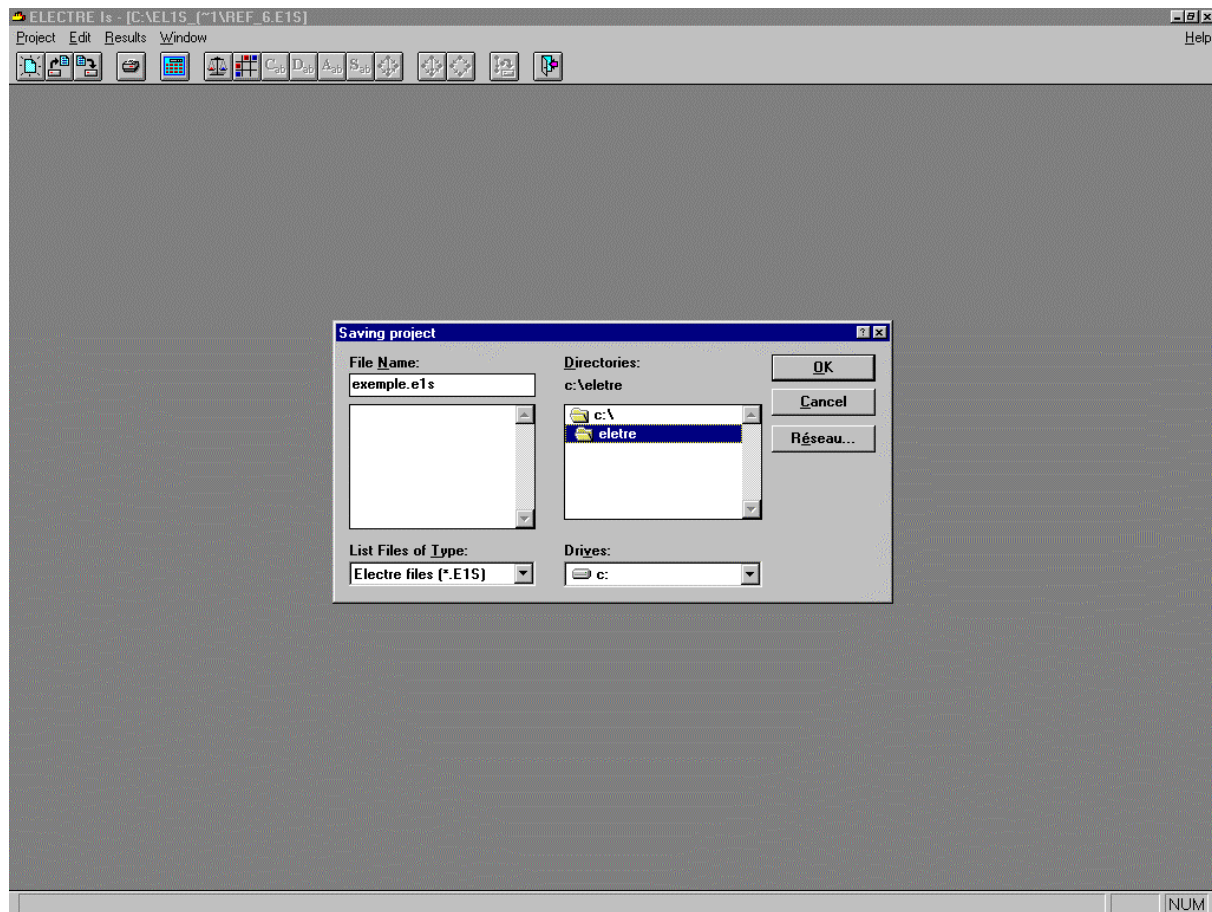


FIG. 4.5: *Sauvegarde du projet*

Il est prudent de sauvegarder le projet après chaque saisie importante. Pour cela, il suffit d'activer la commande **Save** ou **Save As** dans le menu **Project**. Si on ne donne pas d'extension au nom du fichier, par défaut, le logiciel ajoutera l'extension `.e1s`. Par la suite, la commande **Save** permettra de sauvegarder le projet sous son nom courant et la commande **Save As** permettra de le sauvegarder sous un autre nom et/ou sous une autre localisation. Dans tous les cas, si on donne un nom de projet existant déjà, le logiciel vous demande confirmation avant d'écraser le projet existant.

Rappelons que l'icône  permet d'activer la commande **Save**.

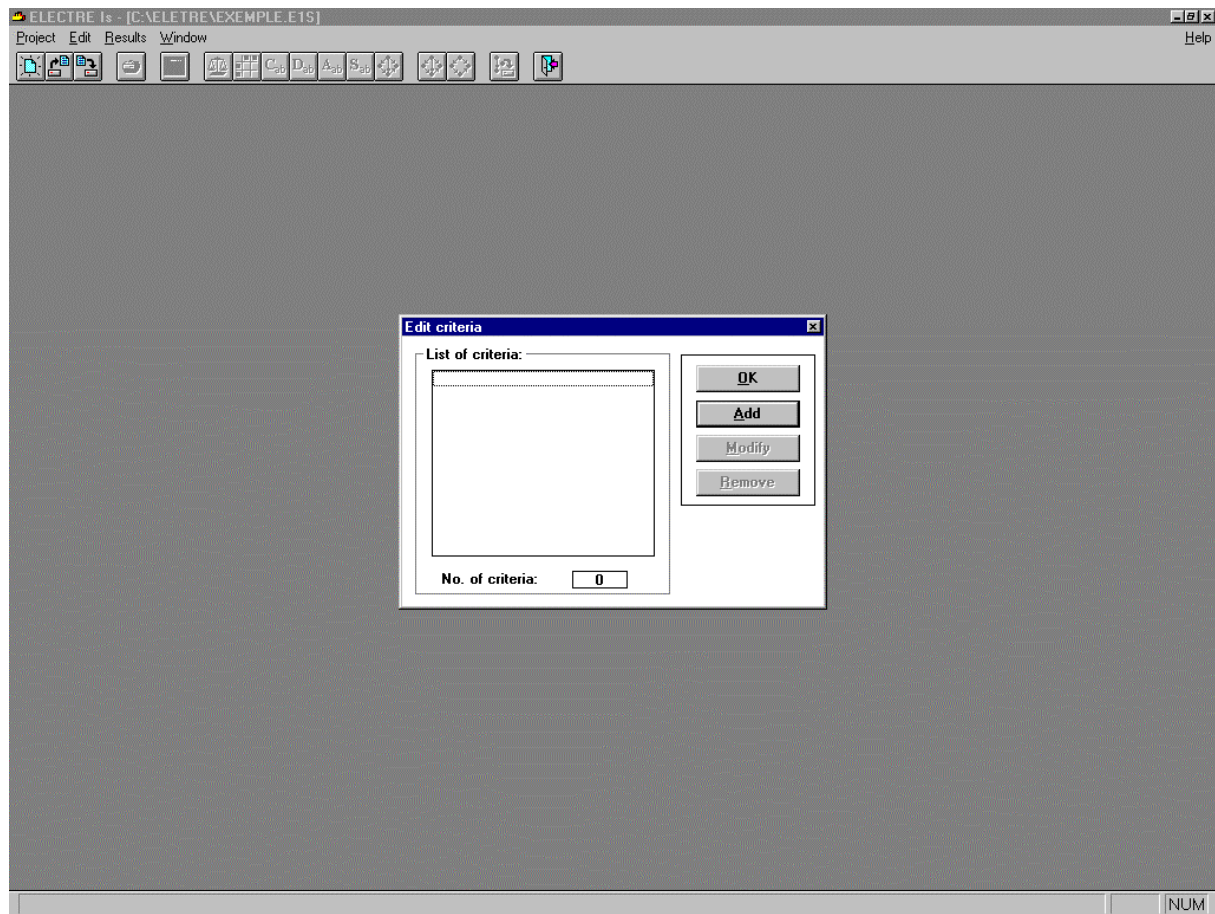


FIG. 4.6: *Définition des critères [1]*

Après avoir édité les alternatives du projet, il faut maintenant introduire les critères. Pour cela, il faut activer la commande **Criteria** du menu **Edit**. La fenêtre **Edit criteria** apparaît alors sur l'écran. Cette fenêtre nous donne la liste des critères déjà introduits ainsi que leur nombre. Pour introduire un nouveau critère, il faut cliquer sur le bouton **Add**.

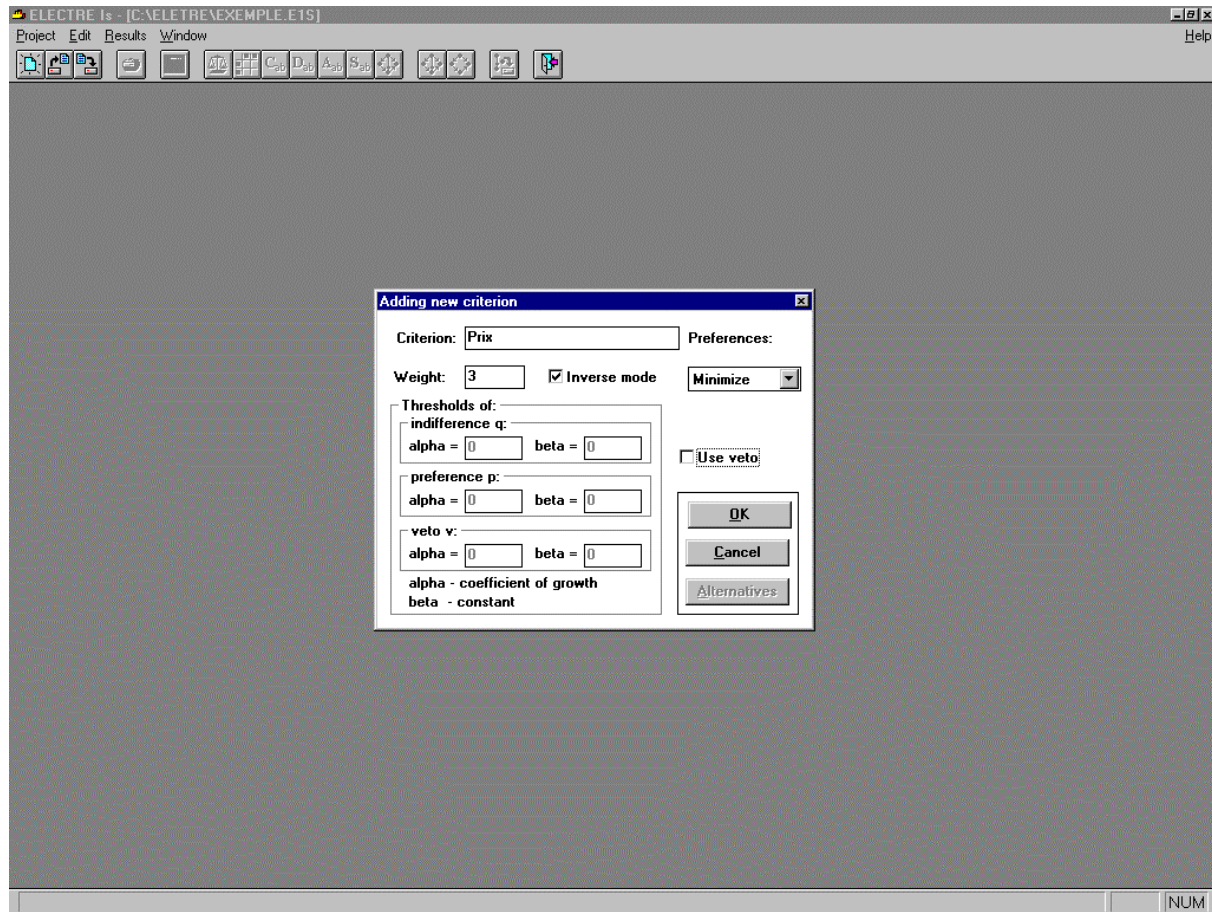


FIG. 4.7: Définition des critères [2]

En cliquant sur le bouton **Add** de la fenêtre précédente, on obtient la fenêtre **Adding new criterion**. Celle-ci permet de définir un nouveau critère en précisant son code, son poids, son sens de préférence (croissant ou décroissant) ainsi que le mode de calcul des seuils (directs ou inverses, cf. Annexe A) : par exemple, pour le critère Prix, le poids est égal à 3, le mode de définition des seuils est inverse et le sens des préférence est décroissant.

Notons que le code associé au critère doit être composé au maximum de 13 caractères (par défaut, le logiciel propose la représentation suivante : crit_1, crit_2, ...).

On remarquera qu'à ce stade on ne peut définir les seuils. Pour cela, il faut au préalable introduire les performances des alternatives.

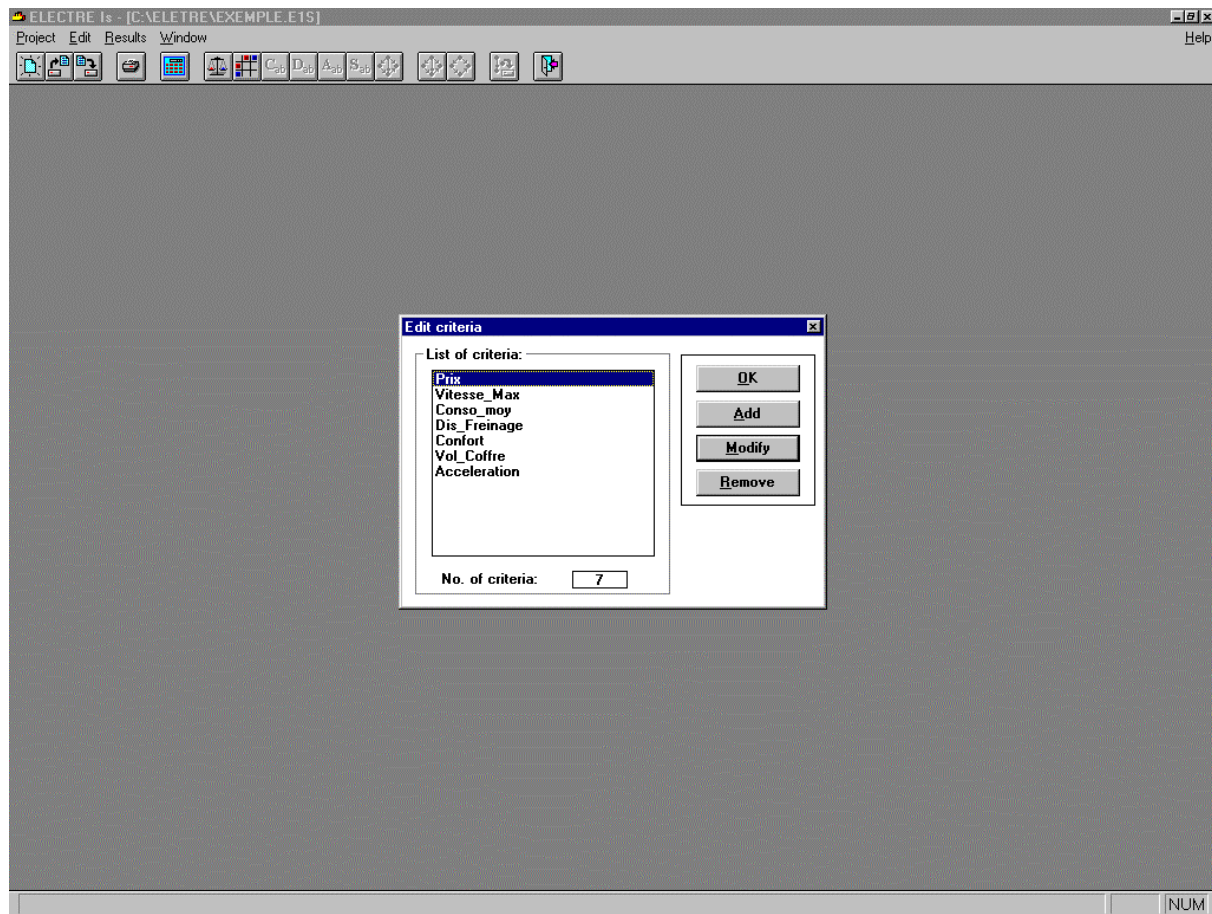


FIG. 4.8: *Définition des critères [3]*

L'ensemble des critères de l'exemple de référence (7 critères) a été saisi. Lorsque cette opération est terminée, cliquer sur le bouton **OK**. Le bouton **Modify** permet de modifier la définition du critère sélectionné ; le bouton **Remove** permet de le supprimer.

ELECTRE Is - [C:\ELECTRE\EXEMPLE.E1S]

Project Edit Results Window Help

Matrix of Alternatives

| | | | | | | | | |
|--------------|--------|-------------|-----------|--------------|---------|------------|--------------|--|
| | 156000 | | | | | | | |
| | Prix | Vitesse_Max | Conso_moy | Dis_Freinage | Confort | Vol_Coffre | Acceleration | |
| Alfa_156 | 156000 | 201 | 8 | 39.6 | 6 | 378 | 31.2 | |
| Audi_A4 | 168800 | 195 | 5.7 | 35.8 | 7 | 440 | 33 | |
| Cit_Xantia | 167000 | 195 | 7.9 | 37 | 2 | 480 | 34 | |
| Peugeot_406 | 168000 | 191 | 8.3 | 34.4 | 2 | 430 | 34.6 | |
| Saab_T10 | 171500 | 199 | 7.8 | 35.7 | 5 | 494 | 32 | |
| Rnlt_Laguna | 155000 | 194 | 7.7 | 37.4 | 4 | 452 | 33.8 | |
| VW_Passat | 152900 | 195 | 7.6 | 34.4 | 3 | 475 | 33.6 | |
| BMW_320d | 172000 | 209 | 6.6 | 36.6 | 4 | 440 | 30.9 | |
| Cit_Xsara | 125000 | 182 | 6.4 | 40.6 | 8 | 408 | 33.5 | |
| Rnlt_Safrane | 191000 | 203 | 7.5 | 34.5 | 1 | 520 | 32 | |

NUM

FIG. 4.9: *Matrice des performances*

Maintenant que les critères et les alternatives ont été introduits, on doit définir les performances des alternatives sur chacun des critères.

Pour cela, il faut activer la commande **Matrix of Alternatives** du menu **Edit** ou bien cliquer directement sur l'icône associée .

La saisie s'effectue sous un environnement de type tableur. On se positionne sur une cellule en se déplaçant avec les flèches. A l'intérieur d'une cellule, les touches disponibles sont *Effacement arrière*, les chiffres et le point décimal (la souris n'est pas utilisable pour cette fenêtre). Une fenêtre d'édition contenant la valeur de la cellule courante est ouverte en haut de la fenêtre. Pour valider une valeur, il faut se déplacer vers une autre cellule ou appuyer sur la touche *Entrée*.

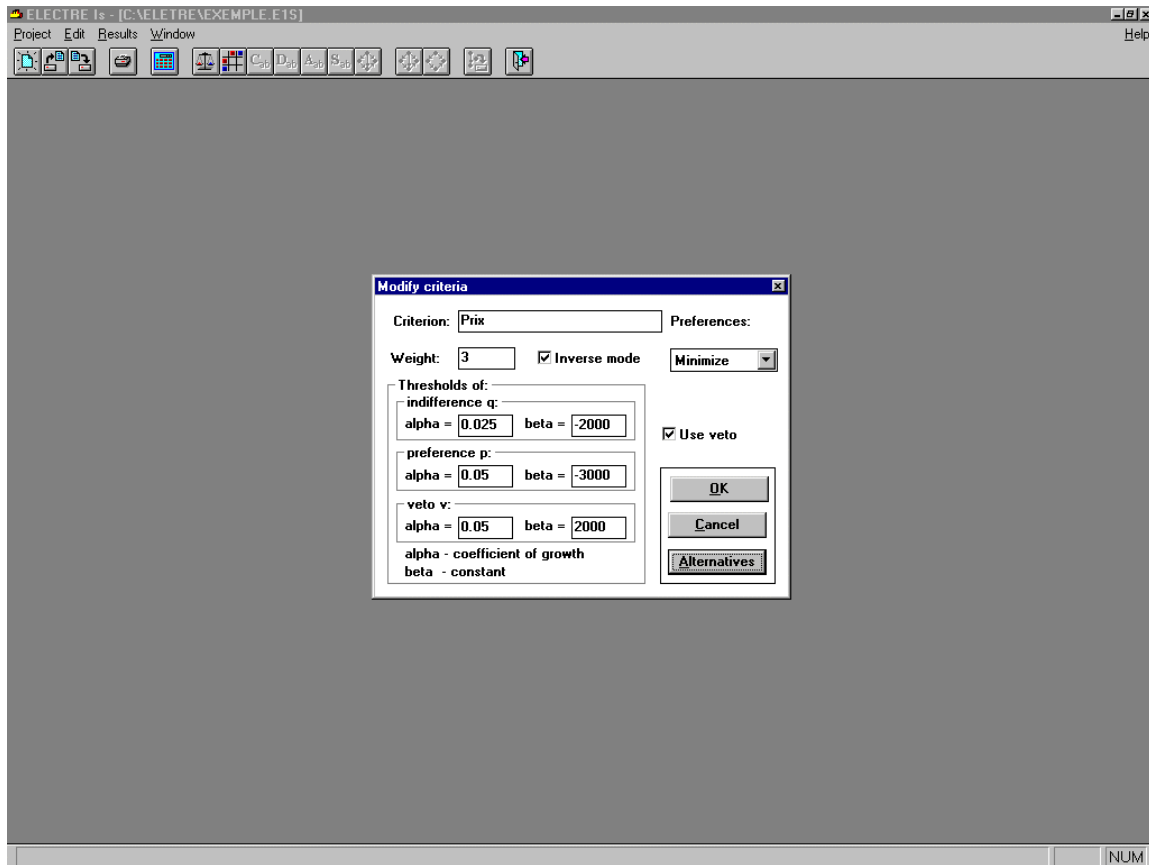


FIG. 4.10: Définition des seuils [1]

A ce stade, le jeu de données n'est pas complet, les seuils n'ont pas été définis. Par défaut, le logiciel propose des seuils : - nuls pour l'indifférence et la préférence qui, rappelons-le, signifie que l'on considère une performance comme définie **avec une très grande précision** et que l'on accorde au critère un pouvoir de discrimination absolu (cf. Annexe A) ; - très grands pour le veto ce qui, rappelons le, correspond à l'absence de veto (ce seuil devant dans tous les cas être supérieur au seuil de préférence).

Pour définir les seuils, il faut activer la commande **Criteria** du menu **Edit**. La fenêtre **Edit alternatives** apparaît sur l'écran ; il faut alors double-cliquer sur le critère dont on veut définir les seuils ou cliquer sur le bouton **Modify**. Les seuils sont tous de la forme $\alpha \times g_j(a) + \beta$ (cf. Annexe A). Si on souhaite définir un seuil de veto pour le critère considéré, il faut activer la case **Use veto** et saisir les valeurs α et β de la fonction seuil de veto. Afin de valider les informations introduites, cliquer sur **OK**.

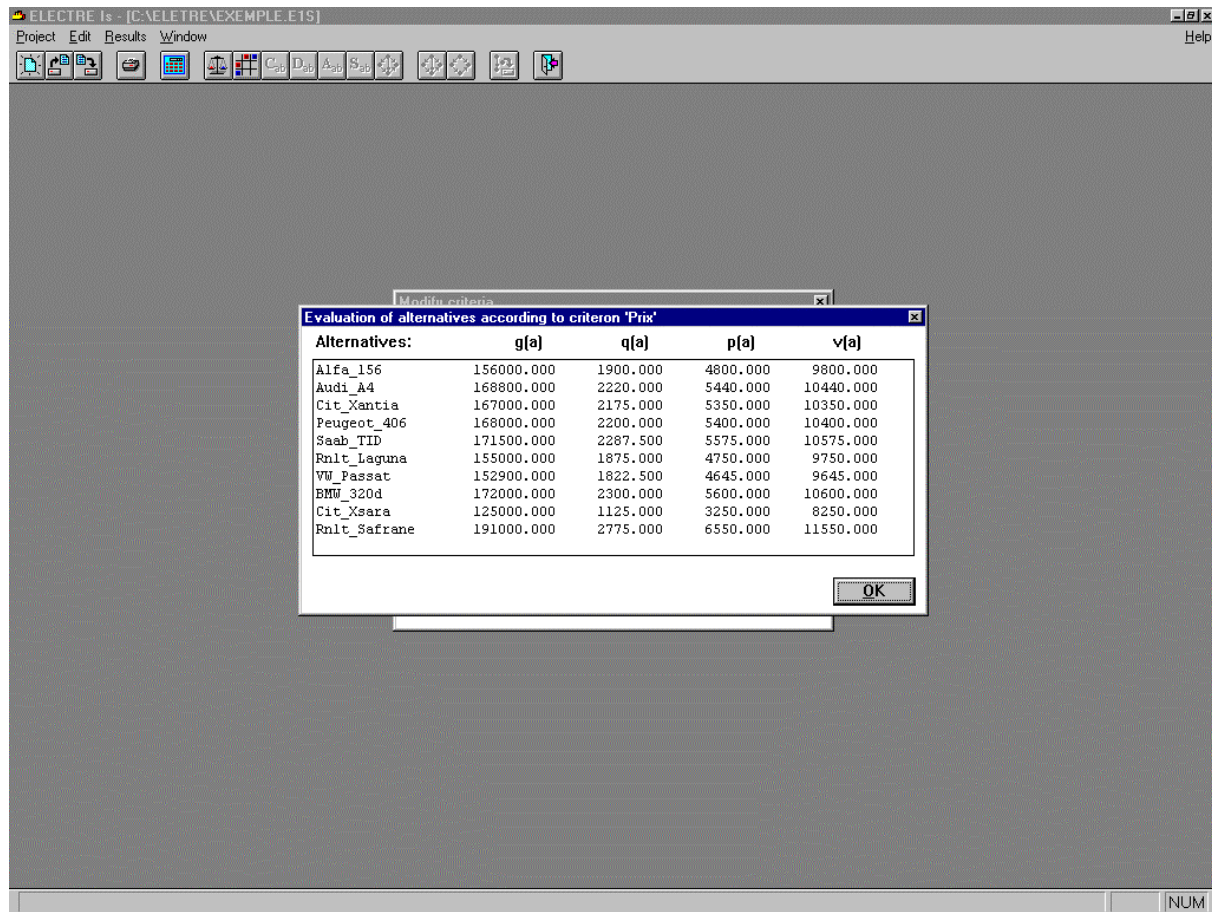


FIG. 4.11: *Définition des seuils [2]*

Pour aider à la détermination des valeurs α et β des fonctions seuils, la fenêtre **Evaluation of alternatives according to criterion** donnant les valeurs des seuils (préférence, indifférence et veto) associées à chaque alternative selon les coefficients saisis est obtenue en cliquant sur le bouton **Alternatives** de la fenêtre **Modify criteria**.

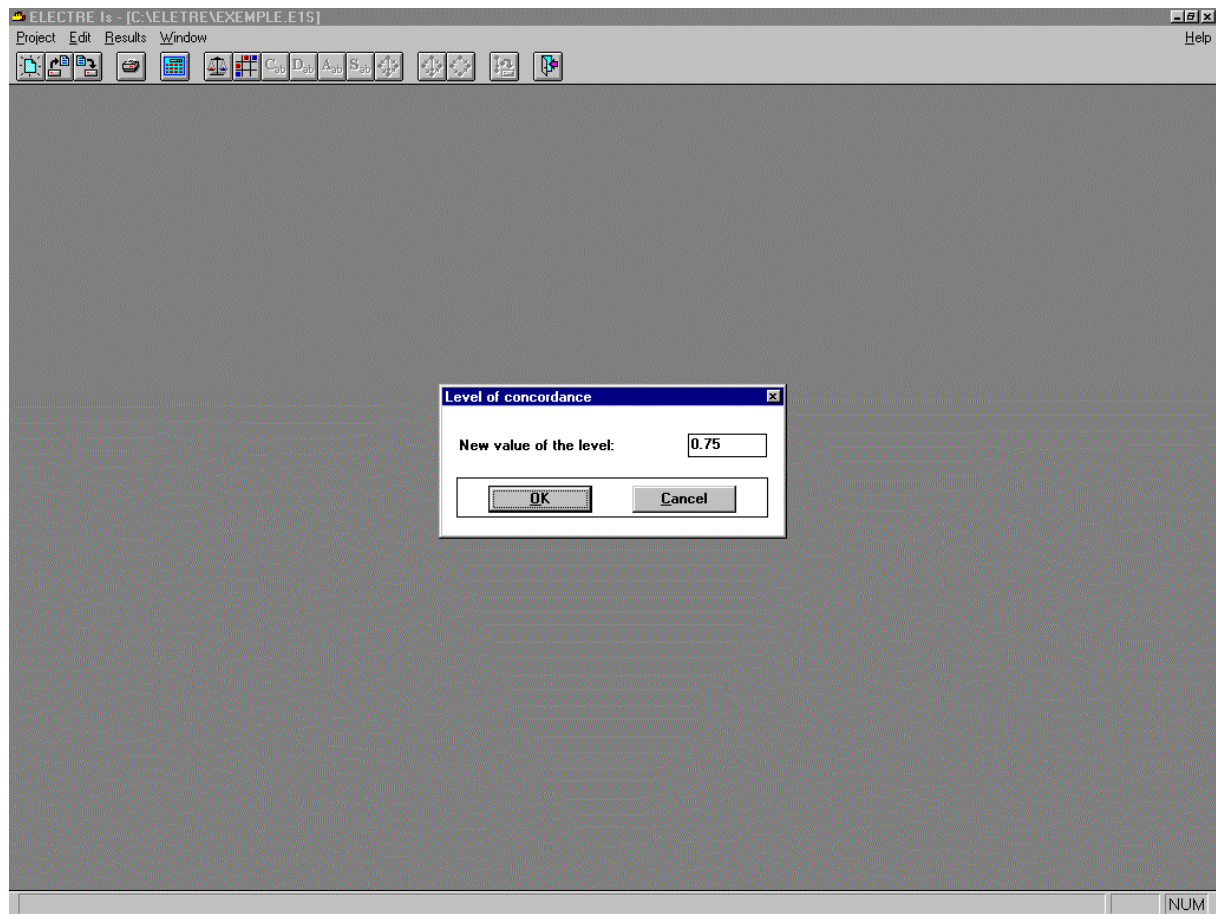


FIG. 4.12: *Définition du niveau de concordance*

Il faut à présent introduire l'indice de concordance requis. Pour cela, il faut activer la commande **Level of Concordance** du menu **Edit**. L'indice choisi pour cet exemple est de 0.75 (cf. Annexe B).

4.2 Résultats

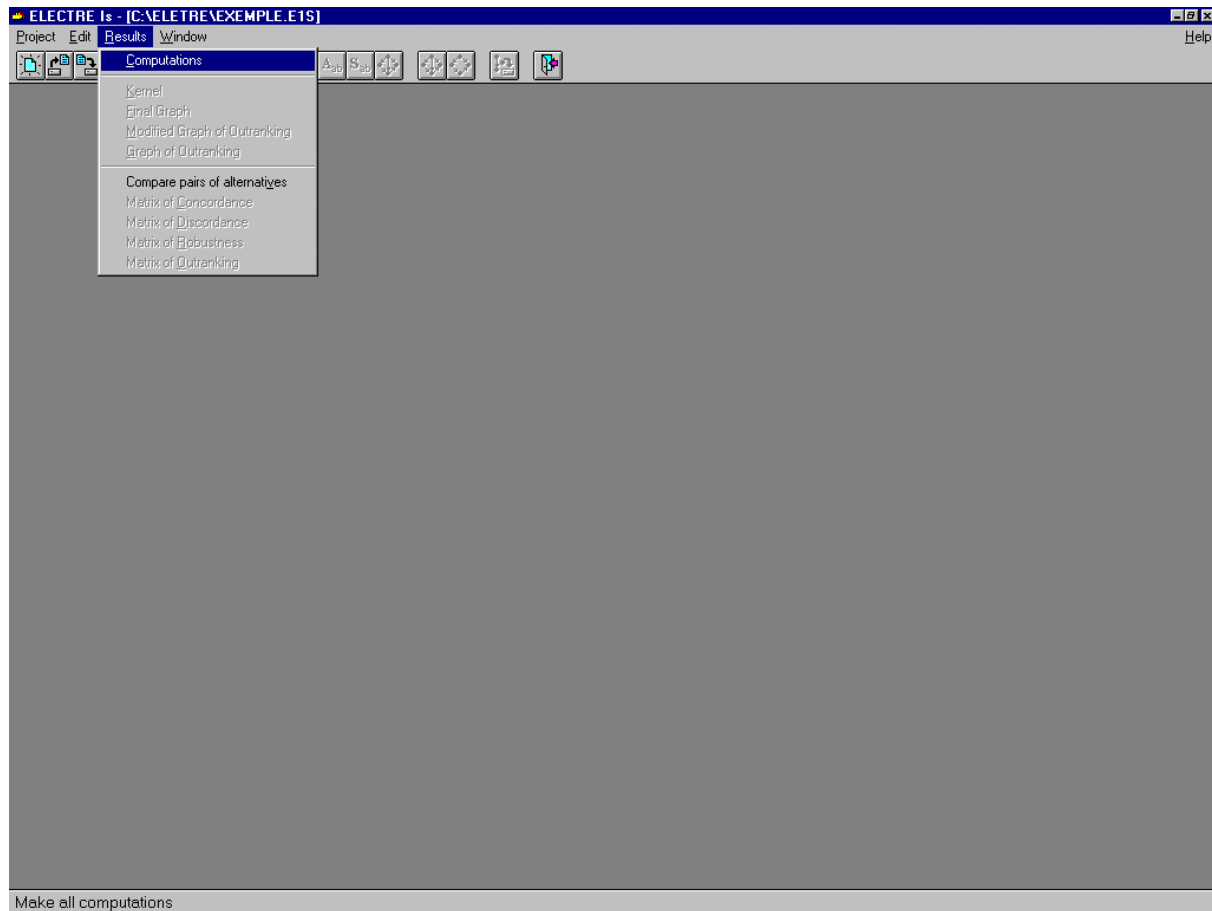



FIG. 4.13: *Exécution des calculs*

Pour lancer les calculs, il faut activer la commande **Computations** du menu **Results** ou bien cliquer directement sur l'icône associée .

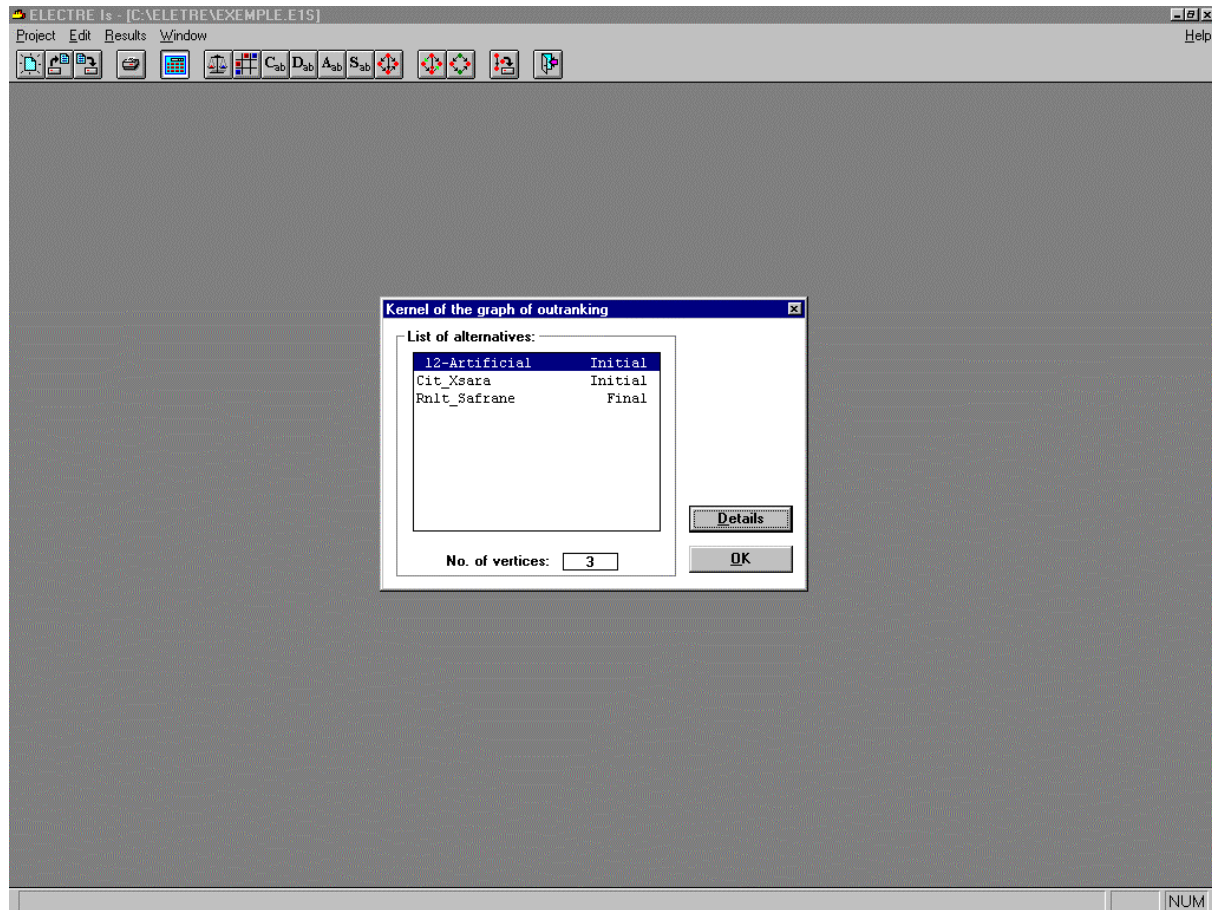


FIG. 4.14: *Noyau du graphe final [1]*

Les calculs étant effectués, il est à présent possible de consulter les différents résultats de l'étude.

Afin d'obtenir l'ensemble des alternatives appartenant au noyau, il faut activer la commande **Kernel** du menu **Results**. La fenêtre **Kernel of the graph of outranking** apparaît ; elle présente les différents sommets du graphe appartenant au noyau. Chaque sommet du graphe est décrit par le code de l'alternative associée ou par son numéro s'il est artificiel (classe de vrais ex æquo, cf. Annexe C).

Pour chaque sommet, il est spécifié si c'est un sommet initial (pas de précédents), final (pas de successeurs), intermédiaire (avec précédents et successeurs) ou isolé (ni précédent, ni successeur).

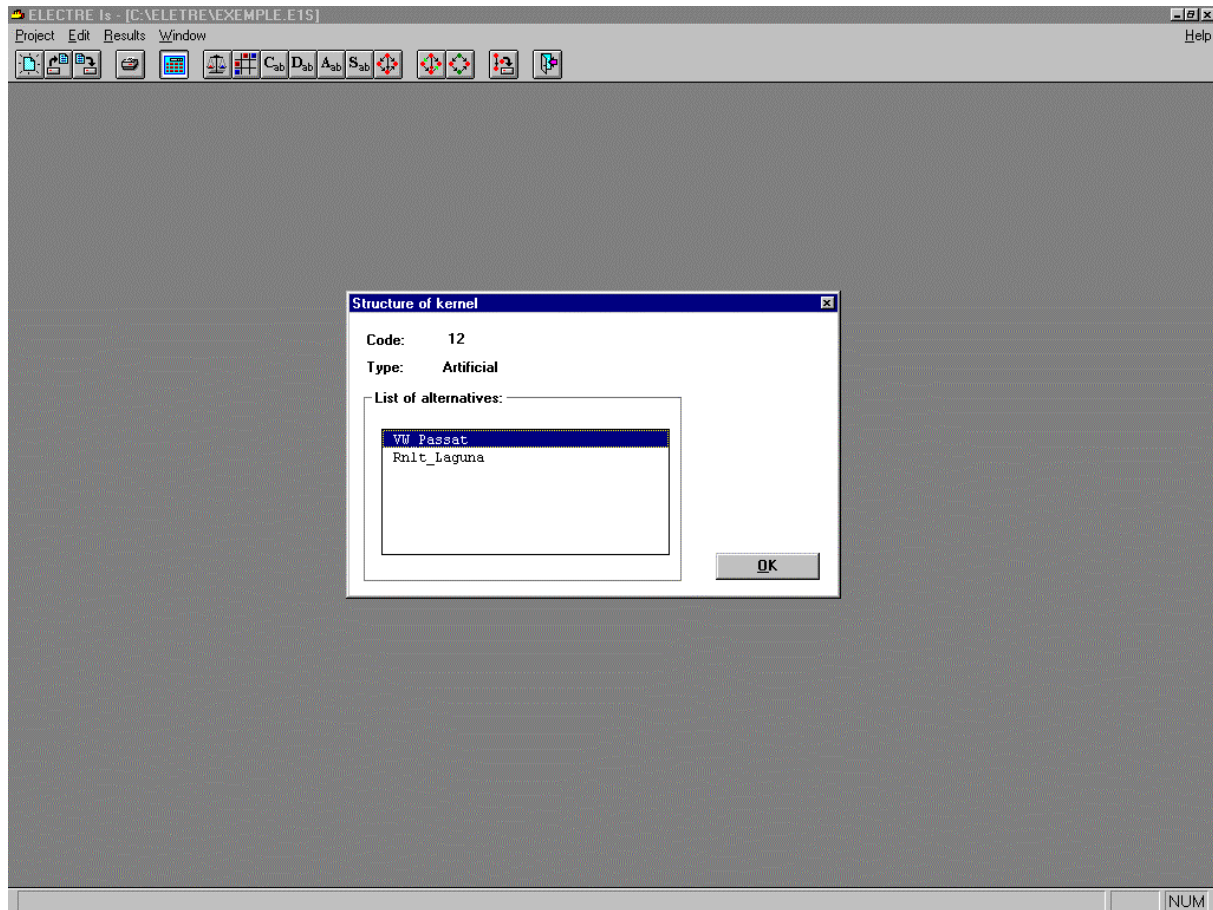


FIG. 4.15: *Noyau du graphe final [2]*

Pour connaître les alternatives composant un sommet artificiel, il faut cliquer sur le bouton **Details** de la fenêtre **Kernel of the graph of outranking** (fenêtre précédente). On obtient ainsi la fenêtre **Structure of Kernel**. Dans cet exemple, le noyau est donc composé des voitures : VW_Passat, Rnlt_Laguna, Cit_Xsara et Rnlt_Safrane.

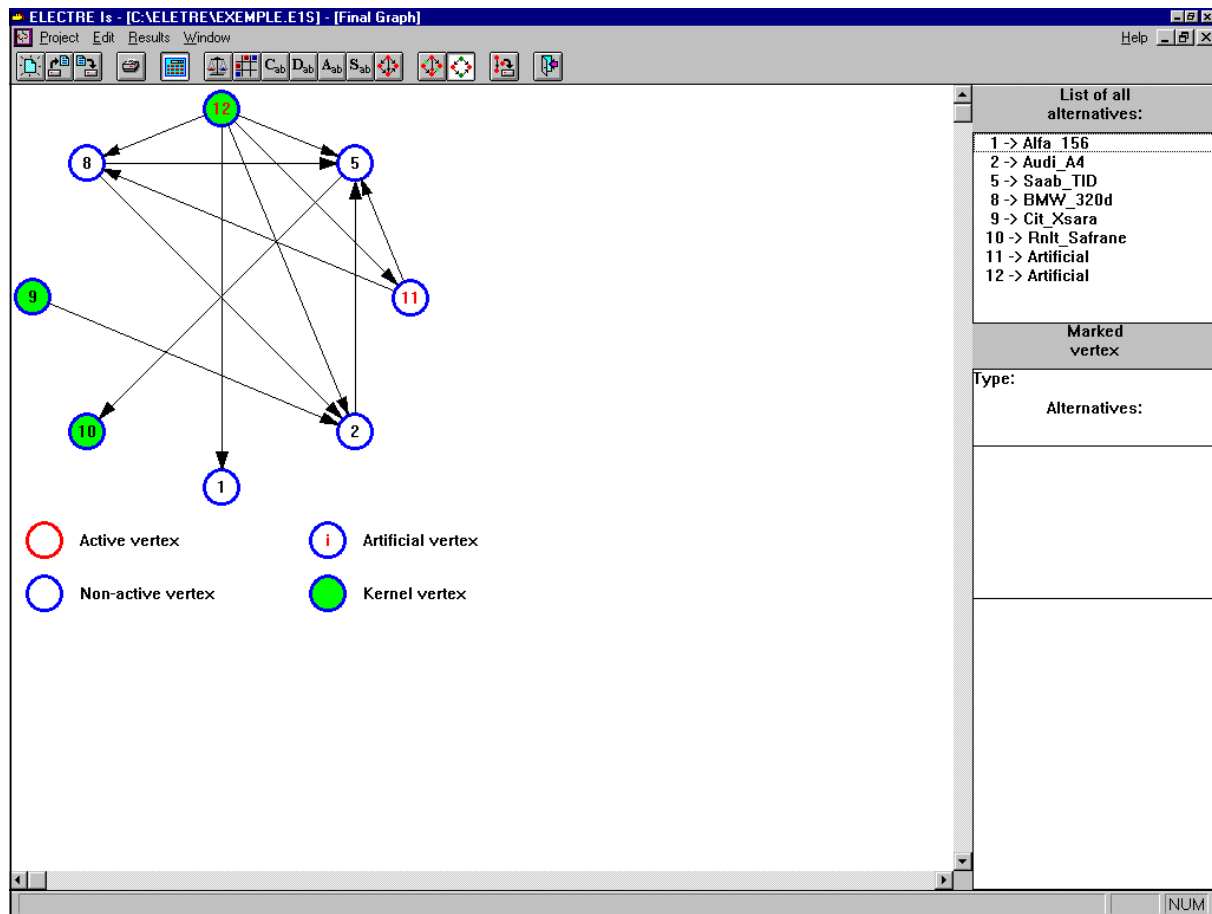


FIG. 4.16: *Grappe finale*

Afin de visualiser le graphe final (cf. Annexe B), activer la commande **Final Graph** du menu **Results** ou cliquer sur l'icône

Pour connaître le type d'un sommet (artificiel ou naturel) ainsi que les alternatives le composant, il faut cliquer dessus. Notons que la signification des différentes couleurs utilisées sont explicitées sur la fenêtre.

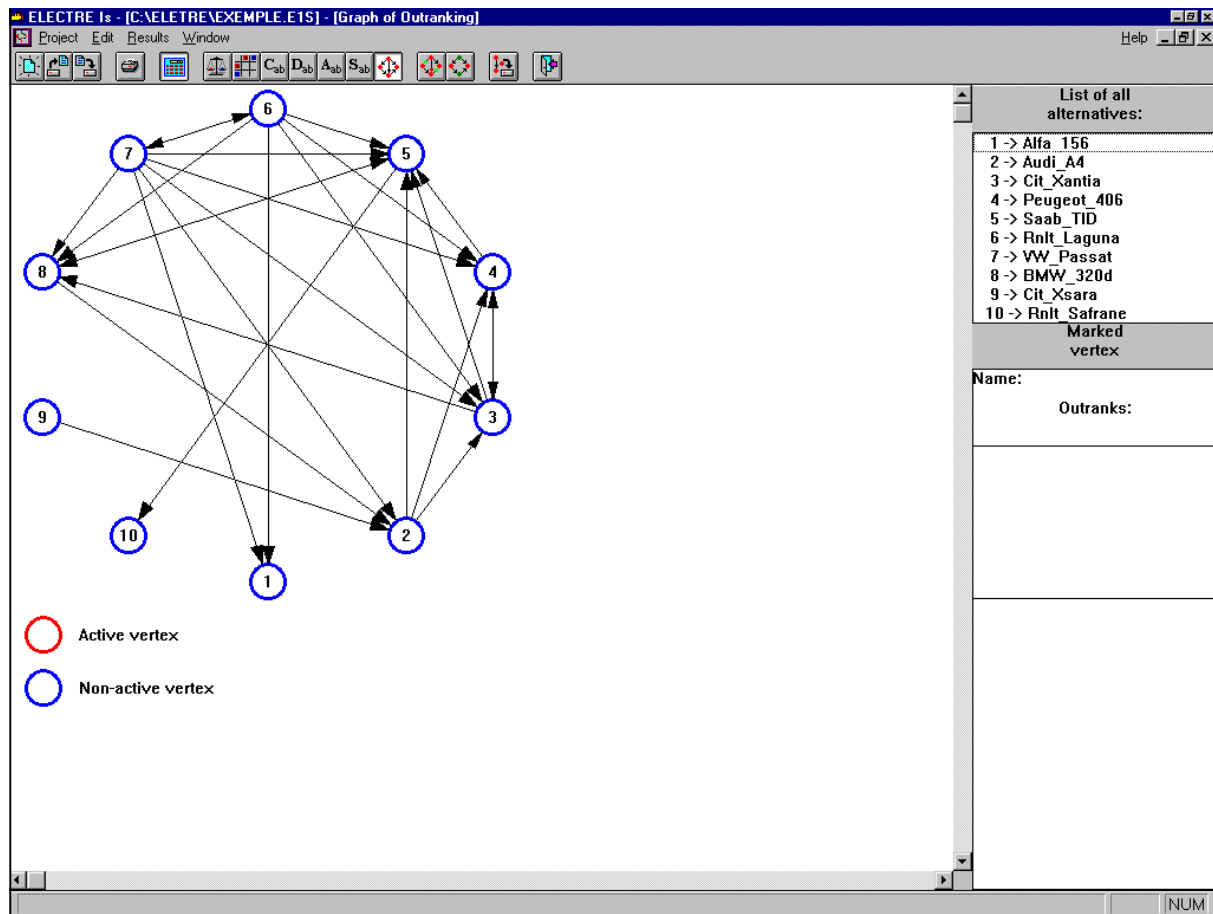



FIG. 4.17: *Graphe de surclassement initial*

On peut vouloir également visualiser le graphe de surclassement initial (cf. Annexe B). Pour cela, il suffit d'activer la commande **Graph of Outranking** du menu **Results** ou cliquer sur l'icône .

En cliquant sur un sommet, on identifie l'alternative correspondante ainsi que celle(s) qu'elle surclasse.

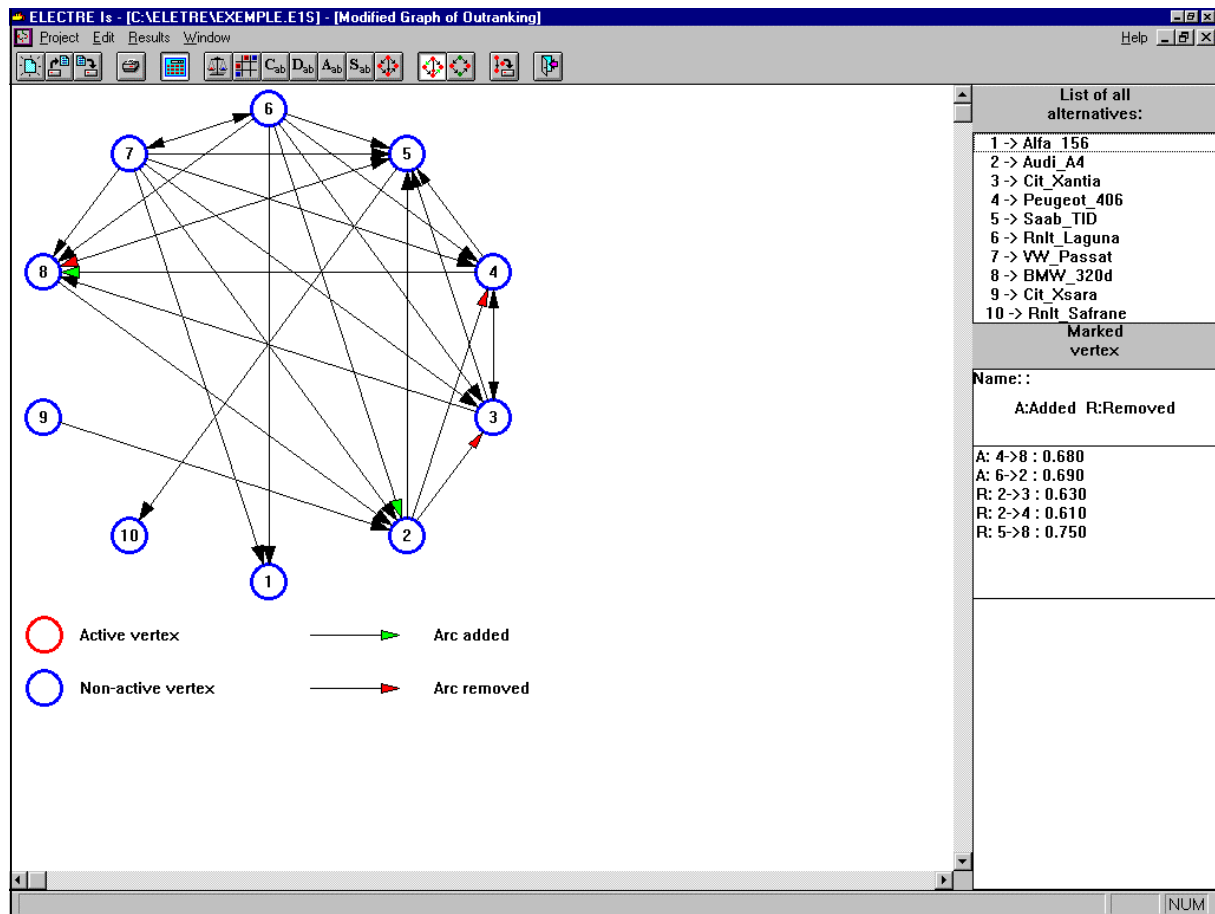



FIG. 4.18: *Graphe modifié*

Les différents résultats (arcs ajoutés et arcs supprimés) issus de l'application de l'algorithme de construction de la relation de surclassement modifiée (cf. Annexe C) peuvent être visualisés à travers la fenêtre **Modified Graph of Outranking** obtenue en activant la commande **Modified Graph of Outranking** du menu **Results** ou en cliquant sur l'icône .

Notons que sur la droite de la fenêtre sont donnés les coefficients de robustesse des arcs ajoutés et supprimés.

Cliquer sur un sommet permet là aussi d'identifier l'alternative associée.

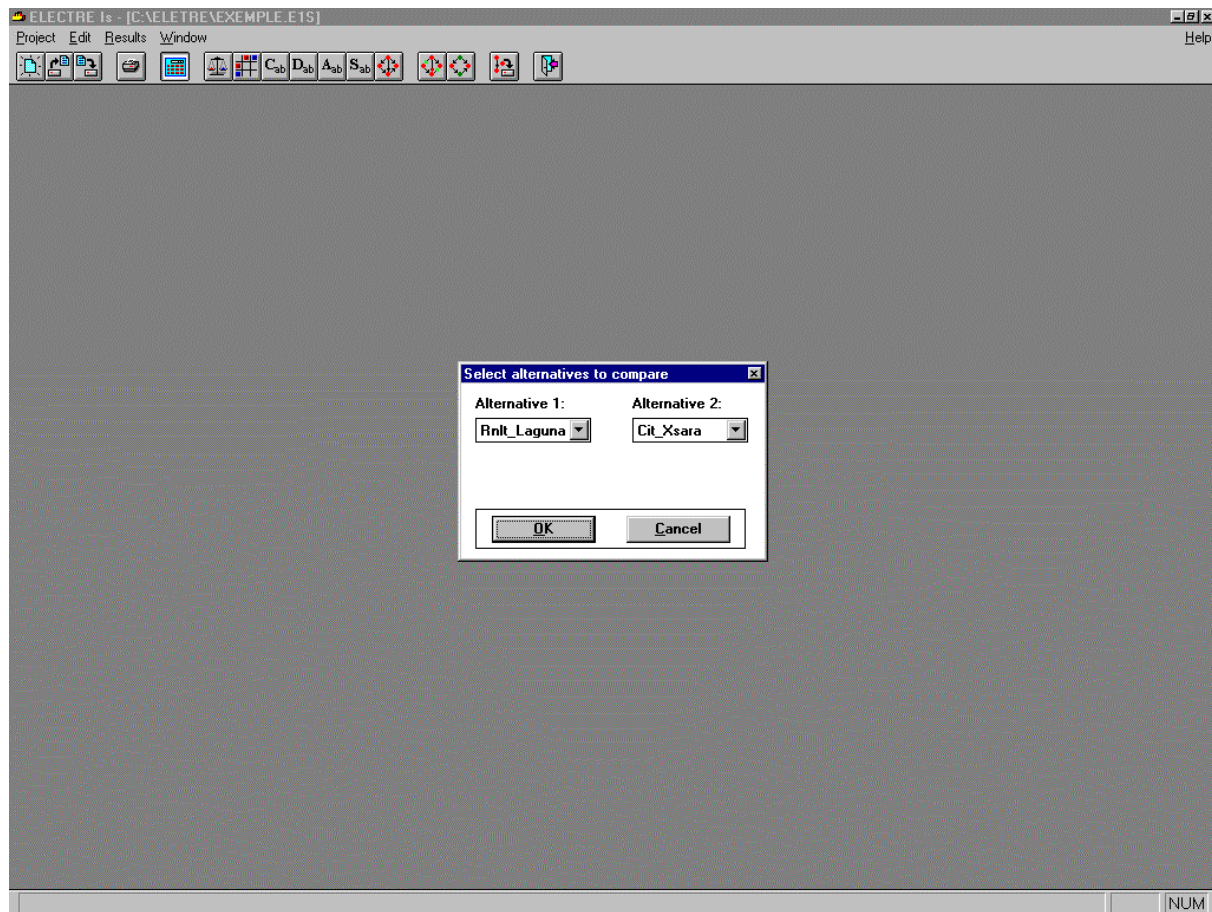



FIG. 4.19: *Comparaison de deux alternatives [1]*

Durant l'étude, on peut avoir besoin de comparer deux alternatives entre elles afin de connaître les critères qui sont plutôt en faveur de l'une ou de l'autre. Pour cela, activer la commande **Compare pairs of alternatives** du menu **Results** ou cliquer sur l'icône . La fenêtre **select alternatives to compare** permettant de choisir les alternatives à comparer apparaît. Il faut les sélectionner parmi la liste proposée. La sélection se fait à l'aide des flèches *haut* et *bas*.

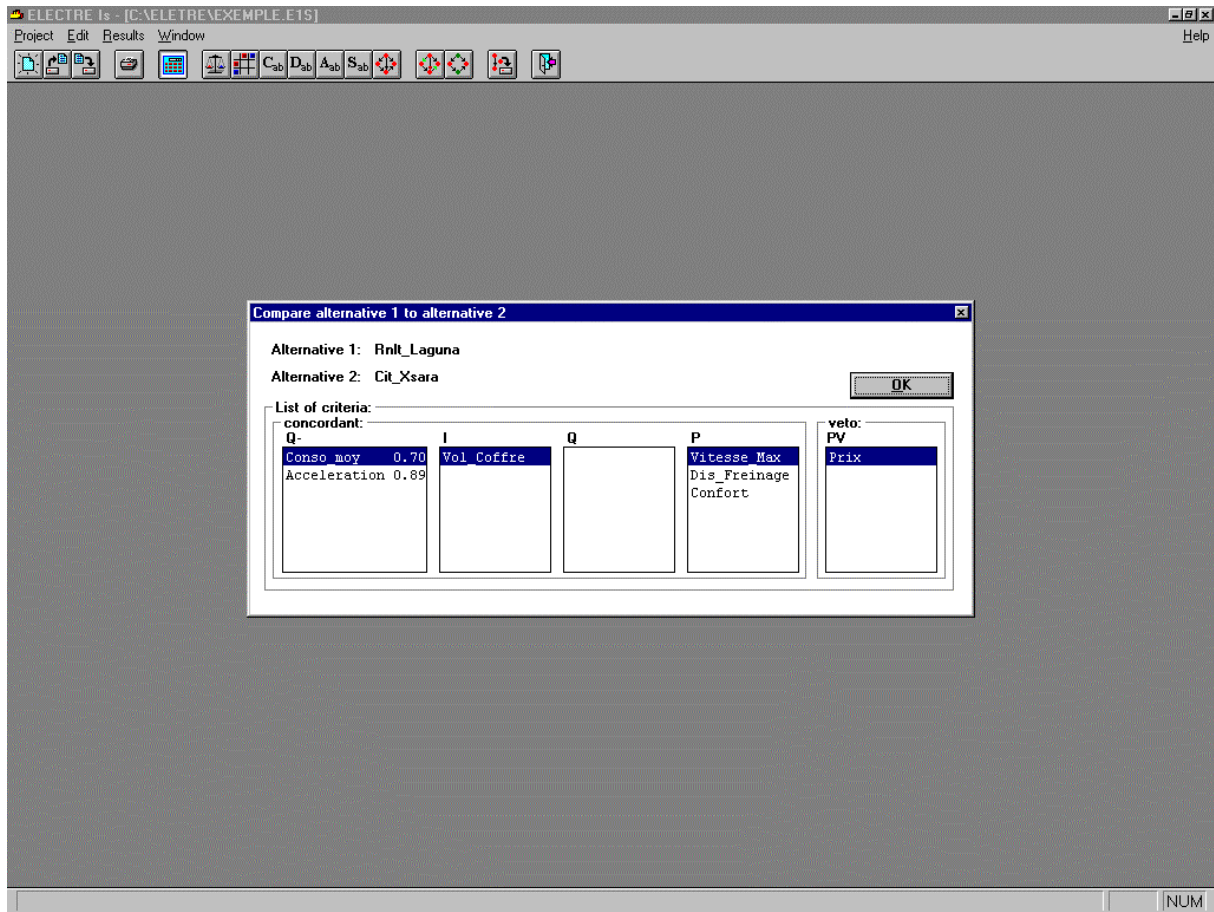


FIG. 4.20: Comparaison de deux alternatives [2]

En cliquant sur le bouton **OK** de la fenêtre précédente, la fenêtre **Compare alternative1 to alternative2** apparaît.

Pour deux alternatives a et b , la fenêtre permet de visualiser les critères pour lesquels a est strictement préférée à b (aPb), a est préférée faiblement à b (aQb), a est indifférente à b (aIb), b est préférée faiblement à a (bQa), ainsi que les critères qui posent leur veto à l'assertion aSb .

ELECTRE Is - [C:\ELECTRE\EXEMPLE.ETS] - [Matrix of Concordance]

Project Edit Results Window Help

Icons:

| 1.00 | Alfa_156 | Audi_A4 | Cit_Xantia | Peugeot_406 | Saab_TiD | Rnlt_Laguna | VW_Passat | BMW_320d | Cit_Xsara | Rnlt_Safrane |
|--------------|----------|---------|------------|-------------|----------|-------------|-----------|----------|-----------|--------------|
| Alfa_156 | 1.00 | 0.63 | 0.63 | 0.76 | 0.69 | 0.67 | 0.51 | 0.56 | 0.63 | 0.63 |
| Audi_A4 | 0.59 | 1.00 | 0.85 | 0.81 | 0.78 | 0.62 | 0.58 | 0.69 | 0.77 | 0.77 |
| Cit_Xantia | 0.67 | 0.69 | 1.00 | 0.93 | 0.89 | 0.77 | 0.69 | 0.77 | 0.63 | 0.63 |
| Peugeot_406 | 0.62 | 0.69 | 0.98 | 1.00 | 0.80 | 0.74 | 0.72 | 0.68 | 0.51 | 0.51 |
| Saab_TiD | 0.73 | 0.73 | 0.68 | 0.72 | 1.00 | 0.69 | 0.58 | 0.75 | 0.68 | 0.68 |
| Rnlt_Laguna | 0.89 | 0.69 | 0.84 | 0.77 | 0.87 | 1.00 | 0.82 | 0.80 | 0.69 | 0.69 |
| VW_Passat | 0.90 | 0.77 | 0.92 | 0.92 | 0.92 | 1.00 | 1.00 | 0.85 | 0.72 | 0.72 |
| BMW_320d | 0.77 | 0.91 | 0.64 | 0.66 | 0.96 | 0.77 | 0.64 | 1.00 | 0.77 | 0.77 |
| Cit_Xsara | 0.67 | 0.75 | 0.58 | 0.70 | 0.47 | 0.69 | 0.61 | 0.62 | 1.00 | 1.00 |
| Rnlt_Safrane | 0.73 | 0.58 | 0.77 | 0.77 | 0.77 | 0.77 | 0.77 | 0.69 | 0.75 | 1.00 |

NUM

FIG. 4.21: *Matrice de concordance*

Afin d'obtenir la matrice des indices de concordance entre tout couple d'alternatives (cf. Annexe B), il faut activer la commande **Matrix of Concordance** du menu **Results** ou cliquer sur l'icône .

ELECTRE Is - [C:\ELECTRE\EXEMPLE.ETS] - [Matrix of Discordance]


Project Edit Results Window Help

* means: discordance test not performed because of non-concordance

| 0 | Alfa_156 | Audi_A4 | Cit_Xantia | Peugeot_406 | Saab_TID | Rnlt_Laguna | VW_Passat | BMW_320d | Cit_Xsara | Rnlt_Safr |
|--------------|----------|---------|------------|-------------|----------|-------------|-----------|----------|-----------|-----------|
| Alfa_156 | 0 | * | * | 1 | * | * | * | * | * | * |
| Audi_A4 | * | 0 | 0 | 0 | 0 | * | * | * | 1 | * |
| Cit_Xantia | * | * | 0 | 0 | 0 | 1 | * | 0 | * | * |
| Peugeot_406 | * | * | 0 | 0 | 0 | * | * | * | * | * |
| Saab_TID | * | * | * | * | 0 | * | * | 0 | * | * |
| Rnlt_Laguna | 0 | * | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | * | * |
| VW_Passat | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | * | * |
| BMW_320d | 1 | 0 | * | * | 0 | 1 | * | 0 | 1 | * |
| Cit_Xsara | * | 0 | * | * | * | * | * | * | 0 | * |
| Rnlt_Safranc | * | * | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | * | 1 | * |

NUM

FIG. 4.22: *Matrice de discordance*

Pour connaître les couples d'alternatives pour lesquelles le test de non-discordance n'est pas vérifié, il faut activer la commande **Matrix of Discordance** du menu **Results** ou cliquer sur l'icône  qui donne la matrice de discordance (cf. Annexe B). Dans cette matrice, 0 signifie qu'il n'y a pas de veto et 1 signifie qu'il y a veto à l'assertion «l'alternative qui figure en tête de ligne surclasse l'alternative qui est en tête de colonne».

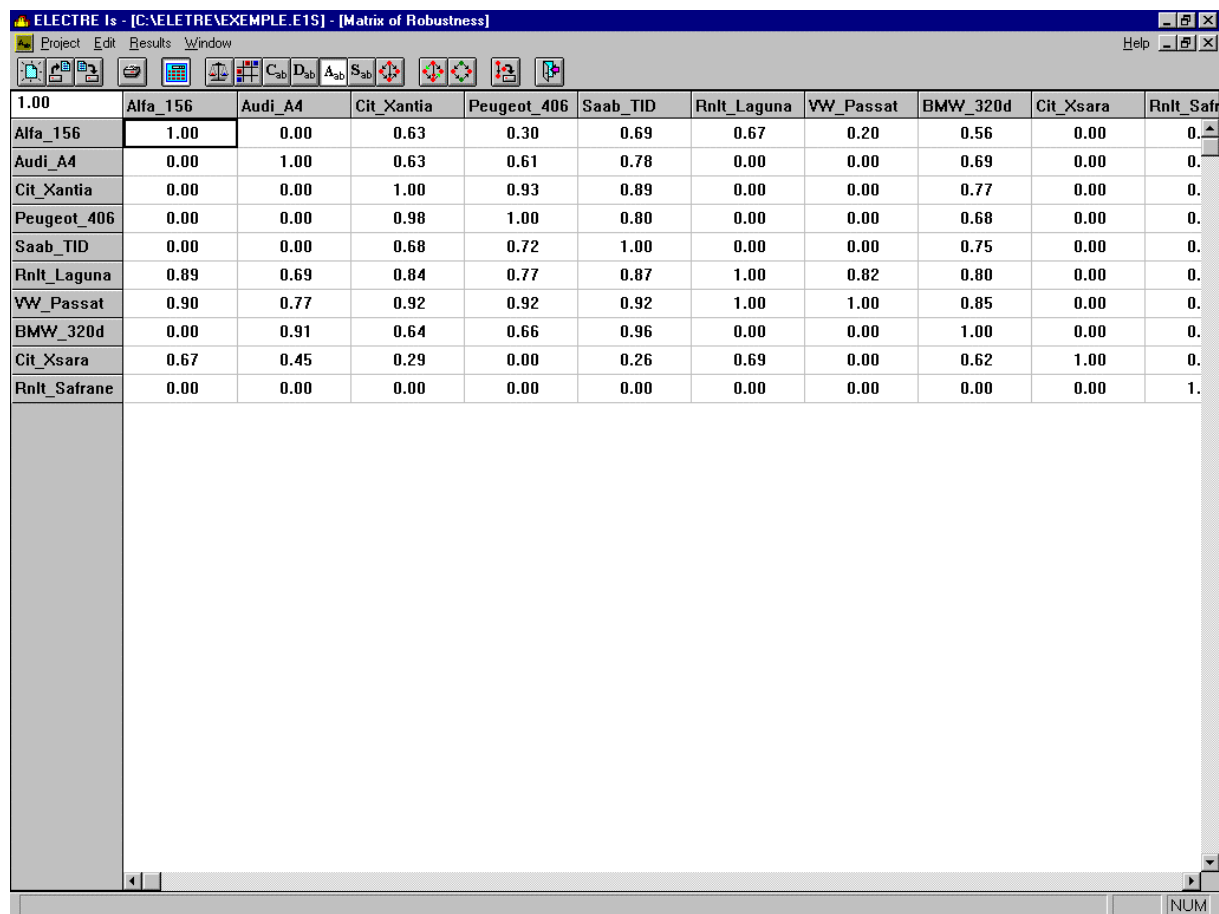




FIG. 4.23: *Matrice de robustesse*

La commande **Matrix of Robustness** du menu **Results** permet d'obtenir la matrice des coefficients de robustesse du surclassement entre tout couple d'alternatives (cf. Annexe D). Notons que cela peut être également obtenu en cliquant directement sur l'icône .

| 1 | Alfa_156 | Audi_A4 | Cit_Xantia | Peugeot_406 | Saab_TiD | Rnlt_Laguna | VW_Passat | BMW_320d | Cit_Xsara | Rnlt_Safr |
|--------------|----------|---------|------------|-------------|----------|-------------|-----------|----------|-----------|-----------|
| Alfa_156 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Audi_A4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Cit_Xantia | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Peugeot_406 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Saab_TiD | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| Rnlt_Laguna | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| VW_Passat | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| BMW_320d | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| Cit_Xsara | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Rnlt_Safrane | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

FIG. 4.24: *Matrice de surclassement initial*

Les résultats des deux tests de concordance et de non-discordance permettent d'établir les éventuels surclassements. La commande **Matrix of Outranking** du menu **Results** permet de visualiser les différents surclassement établis. L'existence d'un surclassement est représenté par le chiffre 1 et l'absence par le chiffre 0.

Notons que la matrice de surclassement initial peut être également obtenue en cliquant directement sur l'icône .

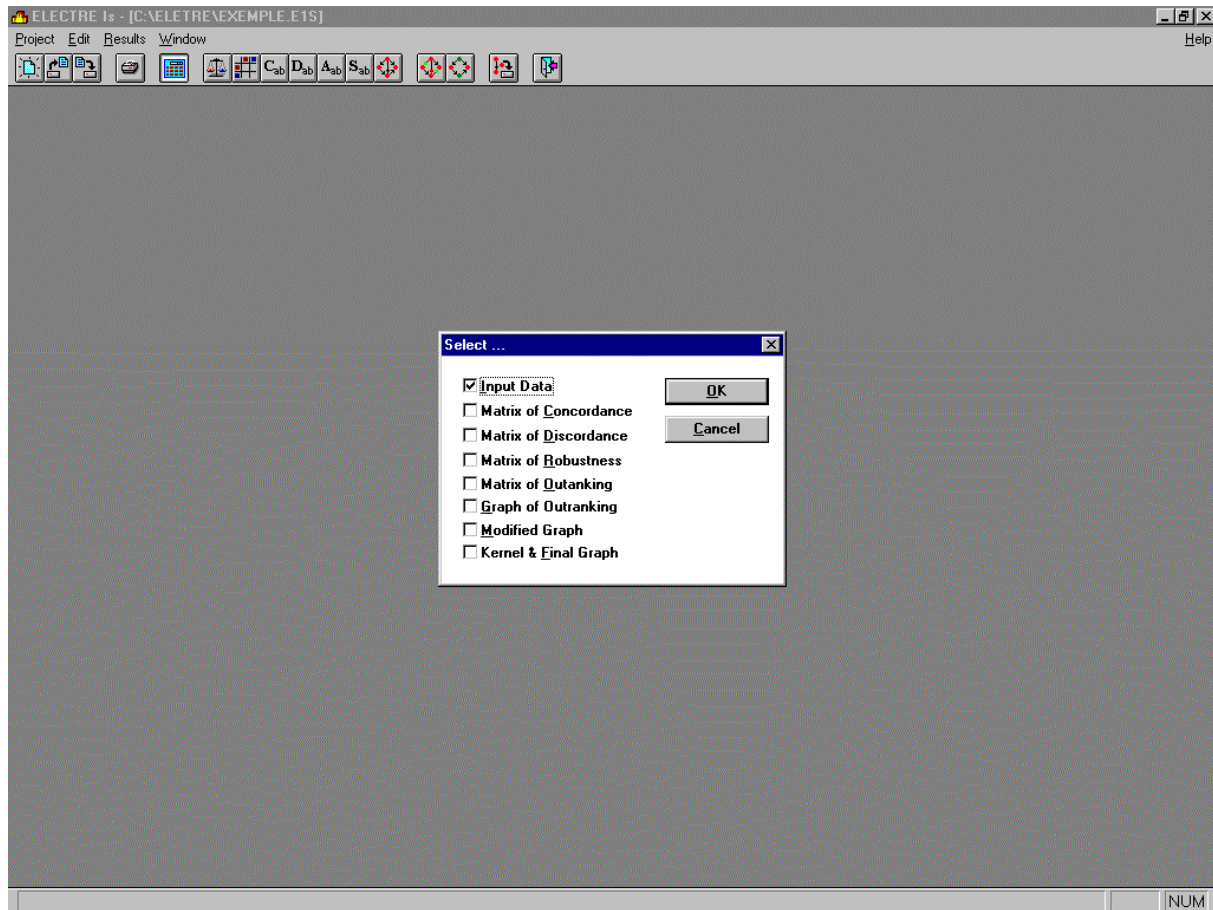




FIG. 4.25: *Impression des résultats*

Une fois tous ces résultats obtenus, on peut vouloir les imprimer ou les enregistrer dans un fichier résultats (extension .rls).

Pour cela, il faut activer la commande **Print** du menu **Project** ou cliquer sur l'icône  pour imprimer et la commande **Save Results** du menu **Project** ou cliquer sur l'icône  pour enregistrer dans un fichier.

Dans les deux cas, on obtient la fenêtre **Select...** qui permet de choisir les informations que l'on désire imprimer ou enregistrer. La sélection s'effectue en cochant sur les cases correspondantes.

Lors de l'enregistrement des résultats, une fenêtre permettant de définir le nom du fichier ainsi que sa localisation apparaît.

Annexe A

Les seuils

A.1 Seuils d'indifférence et de préférence

Considérons un ensemble de critères g_j ($j = 1, \dots, m$) destinés à modéliser les préférences d'un décideur. Chaque alternative est évaluée par rapport à chacun de ces critères. La performance de l'alternative a sur le critère g_j sera notée $g_j(a)$.

Nous supposons dans ce qui suit que la préférence est croissante avec les performances. Un critère g_j est souvent utilisé de la manière suivante (*vrai-critère*) :

$$\begin{cases} g_j(a) > g_j(b) & \Longleftrightarrow a \mathcal{P}_j b \\ g_j(a) = g_j(b) & \Longleftrightarrow a \mathcal{I}_j b \end{cases}$$

où :

\mathcal{P}_j : préférence stricte sur le critère g_j ;

\mathcal{I}_j : indifférence sur le critère g_j .

Or, il est parfois abusif de considérer que toute différence de performance, aussi faible soit-elle, est révélatrice d'une situation de préférence stricte (manifestation de la préférence du décideur à partir d'un certain seuil, imprécision des données, doute sur la pertinence du mode de calcul retenu pour obtenir les performances plusieurs options différentes étant souvent envisageables, ...).

En outre, le passage d'une situation d'indifférence à une situation de préférence stricte est parfois trop brutal : on peut vouloir introduire un modèle laissant place à une zone de préférence faible (\mathcal{Q}_j) traduisant une hésitation entre l'indifférence (\mathcal{I}_j) et la préférence stricte (\mathcal{P}_j). La préférence faible n'est pas une préférence moins « marquée » qu'une préférence stricte mais une préférence que l'on ne peut établir avec suffisamment de sécurité.

Le modèle du **pseudo-critère** permet de prendre en compte ces aspects.

Soit g_j un *pseudo-critère*. Soit $u = g_j(a) - g_j(b)$.

Si $u = 0$, alors $a \mathcal{I}_j b$: a est indifférente à b .

Lorsque $g_j(a)$ croît, soit $q_j[g_j(b)]$ la différence u à partir de laquelle les alternatives a et b ne sont plus indifférentes. Cette fonction $q_j[g_j(b)]$ est appelée **seuil d'indifférence** du critère g_j (cf. Roy (1985), Chap. 9).

Soit u suffisamment grand pour que l'on puisse affirmer que « a est strictement préférée à b ».

Si $g_j(b)$ est fixé, lorsque $g_j(a)$ décroît, u décroît. La relation $a \mathcal{P}_j b$ ne sera acceptée que jusqu'à une certaine valeur $p_j[g_j(b)]$ de u qu'on appellera **seuil de préférence stricte** (cf. Roy (1985), Chap. 9).

On notera que deux cas particuliers peuvent être distingués : ces deux seuils peuvent être constants ou proportionnels à la performance.

Un *pseudo-critère* g_j est donc un critère doté de deux seuils q_j (seuil d'indifférence) et p_j (seuil de préférence) où $q_j \leq p_j$ et qui permet de modéliser les situations de préférence stricte (\mathcal{P}_j), de préférence faible (\mathcal{Q}_j) et d'indifférence (\mathcal{I}_j) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} g_j(a) - g_j(b) > p_j[g_j(b)] & \Longleftrightarrow a \mathcal{P}_j b \\ q_j[g_j(b)] < g_j(a) - g_j(b) \leq p_j[g_j(b)] & \Longleftrightarrow a \mathcal{Q}_j b \\ -q_j[g_j(a)] \leq g_j(a) - g_j(b) \leq q_j[g_j(b)] & \Longleftrightarrow a \mathcal{I}_j b \end{array} \right.$$

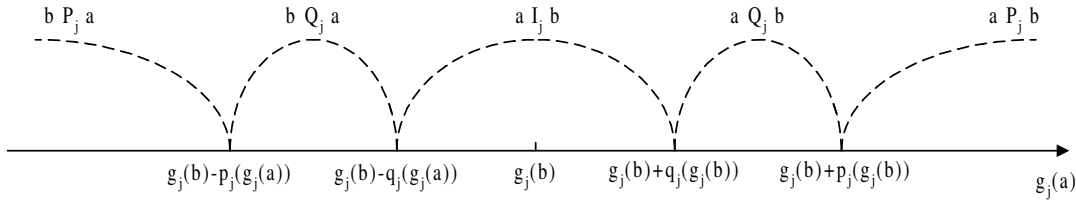


FIG. A.1: *Modèle du pseudo-critère*

Pour éviter certaines incohérences (cf. Roy (1985), chap. 9), il est nécessaire d'imposer que :

$$\frac{q_j[g_j(a)] - q_j[g_j(b)]}{g_j(a) - g_j(b)} \geq -1$$

$$\frac{p_j[g_j(a)] - p_j[g_j(b)]}{g_j(a) - g_j(b)} \geq -1$$

On notera que cette condition est toujours vérifiée pour des seuils constants.

Remarque importante : Par souci de simplification, on peut vouloir n'introduire qu'un seul de ces seuils ; pour cela, on a le choix entre deux possibilités : $q_j = 0$ (pas de seuil d'indifférence) ou $q_j = p_j$ (pas de préférence faible). En posant $q_j = p_j = 0$, on se retrouve dans le cas particulier du *vrai-critère*.

A.2 Seuil de veto

En plus des seuils p et q qui concernent le pouvoir discriminant des critères, ELECTRE IS permet d'introduire un seuil de nature tout à fait différente : *le seuil de veto* Roy and Bouyssou (1993).

Soit $u = g_j(a) - g_j(b)$. Supposons non seulement que u soit assez grand pour que l'on ait $a \mathcal{P}_j b$ mais également qu'il soit si grand que l'on puisse dire : « a est tellement meilleure que b sur le critère g_j qu'en aucun cas, globalement, b ne pourra être considérée meilleure que a quelles que soient les performances de a et b sur les autres critères ».

On appellera **seuil de veto** du critère g_j (noté v_j) la différence u à partir de laquelle la proposition précédente est prise en compte dans l'élaboration de la préférence globale (cf. Annexe B).

Ce seuil peut être constant ou proportionnel à la performance et doit toujours être supérieur au seuil de préférence p ($v_j[g_j(a)] \geq p_j[g_j(a)]$, $\forall a \in A$). Notons que plus ce seuil se rapproche de p , plus l'effet de veto est fort. Une très grande valeur équivaut à l'absence de veto.

A.3 Les différents modes de définition des seuils

La définition des seuils pour le critère g_j doit tenir compte du fait que :

1. les préférences peuvent être croissantes ou décroissantes avec les performances,
2. la fonction seuil peut avoir pour argument :
 - la meilleure des deux performances, on parle alors de seuils directs,

- la moins bonne des deux performances, on parle alors de seuils inverses.

Ceci conduit à distinguer les quatre cas suivants :

- Cas 1 : les préférences vont croissant avec les performances et les seuils sont directs ;
- Cas 2 : les préférences vont décroissant avec les performances et les seuils sont directs ;
- Cas 3 : les préférences vont croissant avec les performances et les seuils sont inverses ;
- Cas 4 : les préférences vont décroissant avec les performances et les seuils sont inverses.

Dans ELECTRE IS, les seuils sont considérés comme des fonctions affines des performances, i.e., de la forme :

$$\text{seuil } [g_j(b)] = \alpha_j \times g_j(b) + \beta_j \quad (j = 1, \dots, m)$$

Pour chacun des critères g_j ($j = 1, \dots, m$), l'utilisateur doit fournir la valeur des coefficients α_j et β_j en précisant dans lequel des quatre cas précédents il raisonne.

Cas particuliers importants :

- Lorsqu'un seuil est constant ($\alpha_j = 0$), les seuils directs et inverses sont égaux à la même valeur β_j .
- Lorsqu'un seuil est proportionnel, les coefficients α_j (seuil direct) et α'_j (seuil inverse) sont reliés par la formule $\alpha_j = \frac{\alpha'_j}{1 - \alpha'_j}$.

Dans le cas général, lorsque l'on connaît l'un des deux seuils direct ou inverse, l'autre est complètement déterminé.

La condition de cohérence rappelée précédemment entraîne que $\alpha_j \geq -1$ dans les Cas 1 et 4 et que $\alpha_j \leq 1$ dans les Cas 2 et 3.

Les valeurs attribuées à α_j et à β_j ne doivent en aucun cas rendre la valeur d'un seuil négative. De plus, sur toute l'étendue de l'échelle, le seuil d'indifférence doit rester inférieur au seuil de préférence, lui-même inférieur au seuil de veto s'il existe.

Ces exigences sont vérifiées automatiquement par le logiciel.

Les cas 1 et 2 sont illustrés par les figures suivantes :

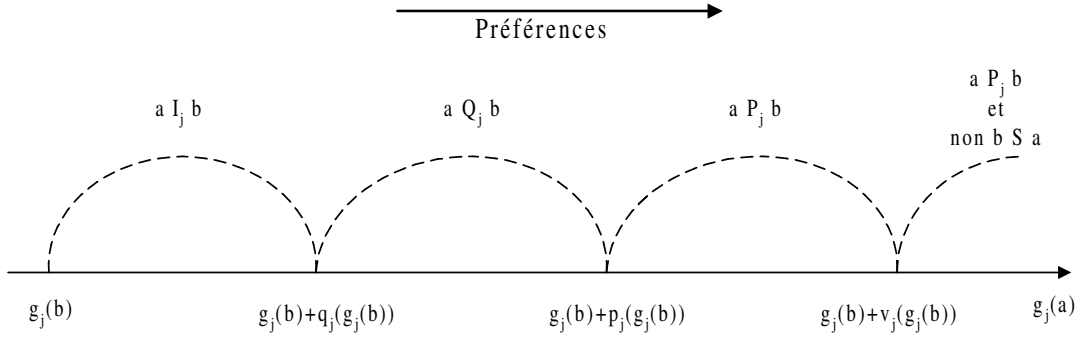


FIG. A.2: *Cas 1: préférences croissantes et seuils directs*

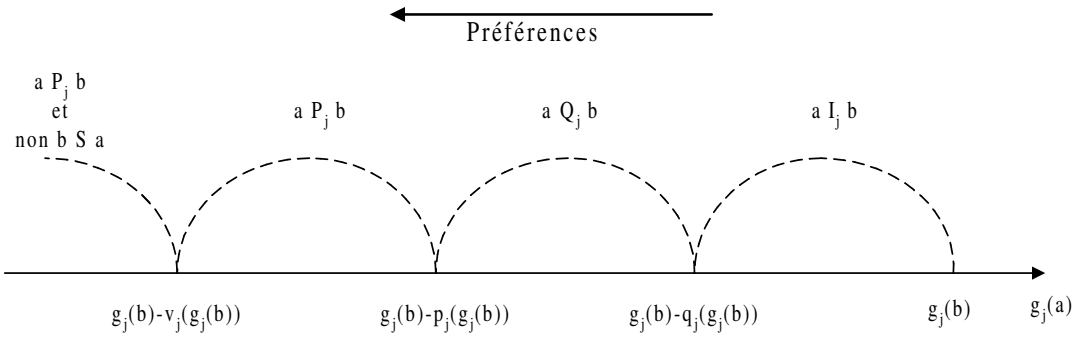


FIG. A.3: *Cas 2: préférences décroissantes et seuils directs*

Pour les cas 3 et 4, les seuils sont inverses. Dans ELECTRE IS, le même algorithme de comparaison par paires est utilisé quel que soit le type de seuil; pour cela, les seuils inverses sont transformés en seuils directs. Ainsi, le Cas 3 se ramène au Cas 1 et le Cas 4 au Cas 2.

Dans ce qui suit, on notera :

- q_j , p_j et v_j les seuils d'indifférence, de préférence et de veto calculés de façon directe ;
- q'_j , p'_j et v'_j les seuils d'indifférence, de préférence et de veto calculés de façon inverse ;
- α_j^q , β_j^q , α_j^p , β_j^p , α_j^v , β_j^v les coefficients de la fonction affine utilisée pour calculer q_j , p_j et v_j .
- $\alpha_j'^q$, $\beta_j'^q$, $\alpha_j'^p$, $\beta_j'^p$, $\alpha_j'^v$, $\beta_j'^v$ les coefficients de la fonction affine utilisés pour calculer q'_j , p'_j et v'_j .

Afin d'illustrer le calcul des coefficients associés aux seuils directs en fonction des coefficients associés aux seuils inverses, nous utiliserons le seuil de préférence stricte. La démonstration repose sur le principe de préservation des situations préférentielles lors de la transformation des seuils inverses en seuils directs; elle reste valable si on emploie le seuil d'indifférence ou de veto.

Pour le Cas 3 :

Considérons deux alternatives a et b telles que $a Q_j b$ avec

$$g_j(a) - g_j(b) = p'_j[g_j(a)] = \alpha_j'^p \times g_j(a) + \beta_j'^p \quad (1)$$

Il faut alors :

$$g_j(a) - g_j(b) = p_j[g_j(b)] = \alpha_j^p \times g_j(b) + \beta_j^p \quad (2)$$

d'où :

$$p'_j[g_j(a)] = p_j[g_j(b)]$$

ou encore :

$$\alpha_j^p \times g_j(b) + \beta_j^p = \alpha_j'^p \times g_j(a) + \beta_j'^p \quad (3)$$

$$\text{Par ailleurs : } (2) \implies g_j(a) = g_j(b) + p_j[g_j(b)]$$

Donc (3) devient :

$$\begin{aligned} \alpha_j^p \times g_j(b) + \beta_j^p &= \alpha_j'^p \times [g_j(b) + p_j[g_j(b)]] + \beta_j'^p \\ &= \alpha_j'^p \times g_j(b) + \alpha_j'^p \times \alpha_j^p \times g_j(b) + \alpha_j'^p \times \beta_j^p + \beta_j'^p \end{aligned}$$

d'où :

$$\alpha_j^p(1 - \alpha_j'^p) \times g_j(b) + \beta_j^p(1 - \alpha_j'^p) = \alpha_j'^p \times g_j(b) + \beta_j'^p$$

On obtient par identification :

$$\begin{cases} \alpha_j^p(1 - \alpha_j'^p) = \alpha_j'^p \implies \alpha_j^p = \frac{\alpha_j'^p}{(1 - \alpha_j'^p)} \\ \beta_j^p(1 - \alpha_j'^p) = \beta_j'^p \implies \beta_j^p = \frac{\beta_j'^p}{(1 - \alpha_j'^p)} \end{cases}$$

De la même façon, on obtient pour les coefficients du seuil d'indifférence et du seuil de veto :

$$\begin{cases} \alpha_j^q = \frac{\alpha_j'^q}{(1 - \alpha_j'^q)} \text{ et } \beta_j^q = \frac{\beta_j'^q}{(1 - \alpha_j'^q)} \\ \alpha_j^v = \frac{\alpha_j'^v}{(1 - \alpha_j'^v)} \text{ et } \beta_j^v = \frac{\beta_j'^v}{(1 - \alpha_j'^v)} \end{cases}$$

Pour le Cas 4 :

Comme pour le Cas 3, considérons deux alternatives a et b telles que $a \mathcal{Q}_j b$ avec :

$$g_j(b) - g_j(a) = p'_j[g_j(a)] = \alpha'^p_j \times g_j(a) + \beta'^p_j$$

Il faut alors :

$$g_j(b) - g_j(a) = p_j[g_j(b)] = \alpha_j^p \times g_j(b) + \beta_j^p$$

On démontre aisément que :

$$\alpha_j^p = \frac{\alpha'^p_j}{(1 + \alpha'^p_j)} \text{ et } \beta_j^p = \frac{\beta'^p_j}{(1 + \alpha'^p_j)}$$

De la même façon, on obtient pour les coefficients du seuil d'indifférence et du seuil de veto :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_j^q = \frac{\alpha'^q_j}{(1 + \alpha'^q_j)} \text{ et } \beta_j^q = \frac{\beta'^q_j}{(1 + \alpha'^q_j)} \\ \alpha_j^v = \frac{\alpha'^v_j}{(1 + \alpha'^v_j)} \text{ et } \beta_j^v = \frac{\beta'^v_j}{(1 + \alpha'^v_j)} \end{array} \right.$$

Bibliographie

- Bouyssou, D. (1990). Building criteria: A prerequisite for MCDA. In C. Bana e Costa, editor, *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, pages 58–80. Springer-Verlag, Berlin.
- Roy, B. (1985). *Méthodologie Multicritère d'Aide à la Décision*. Economica, Paris. English translation: Multicriteria Methodology for Decision Aiding, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 1996.
- Roy, B. (1998). A missing link in OR-DA, Robustness analysis. *Foundation of Control Engineering*, **23:3**, 141–160.
- Roy, B. and Bouyssou, D. (1993). *Aide Multicritère à la Décision: Méthodes et Cas*. Economica, Paris.
- Roy, B. and Skalka, J.M.. (1987). ELECTRE IS, Aspects Méthodologiques et Guide d'utilisation. Document du LAMSADE no. 30, Université de Paris Dauphine, France.
- Schärlig, A. (1985). *Décider sur plusieurs critères, panorama de l'aide à la décision multicritère*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.
- Schärlig, A. (1996). *Pratiquer Electre et Prométhée*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.
- Vallée, D. and Zielniewicz, P. (1994). ELECTRE III-IV, version 3.x, Aspects Méthodologiques (tome 1), Guide d'utilisation (tome 2). Document du LAMSADE no. 85 et 85 bis, Université de Paris Dauphine, France.
- Vincke, Ph. (1989). *L'Aide Multicritère à la Décision*. Editions de l'Université de Bruxelles - Editions Ellipses, Bruxelles. English translation: Multicriteria decision-aid, Wiley, 1992.